

3 Kwadratische problemen

Voorkennis Ontbinden in factoren en vergelijkingen oplossen

Bladzijde 94

1 a $x^2 - 12x = x(x - 12)$
 b $x^2 + x = x(x + 1)$
 c $5x^2 - 3x = x(5x - 3)$

d $8x^2 + 12x = 4x(2x + 3)$
 e $16x^2 - 48x = 16x(x - 3)$
 f $5x^2 + 160x = 5x(x + 32)$

2 a $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$
 b $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$
 c $x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$

d $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$
 e $x^2 + x - 12 = (x - 3)(x + 4)$
 f $x^2 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 12)$

Bladzijde 95

3 a $x^2 - 7x - 18 = (x + 2)(x - 9)$
 b $x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + 6)$
 c $x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$

d $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$
 e $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$
 f $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

4 a $x^2 + 10x + 16 = 0$
 $(x + 2)(x + 8) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x + 8 = 0$
 $x = -2 \vee x = -8$
 b $x^2 + 10x = 0$
 $x(x + 10) = 0$
 $x = 0 \vee x + 10 = 0$
 $x = 0 \vee x = -10$
 c $(x - 10)(2x + 5) = 0$
 $x - 10 = 0 \vee 2x + 5 = 0$
 $x = 10 \vee 2x = -5$
 $x = 10 \vee x = -2\frac{1}{2}$

d $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x + 3)(x - 5) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -3 \vee x = 5$
 e $(2x - 1)(3x + 1) = 0$
 $2x - 1 = 0 \vee 3x + 1 = 0$
 $2x = 1 \vee 3x = -1$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{3}$
 f $2x^2 - x = 0$
 $x(2x - 1) = 0$
 $x = 0 \vee 2x - 1 = 0$
 $x = 0 \vee 2x = 1$
 $x = 0 \vee x = \frac{1}{2}$

g $x^2 + 7x - 30 = 0$
 $(x - 3)(x + 10) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x + 10 = 0$
 $x = 3 \vee x = -10$
 h $x^2 + x - 72 = 0$
 $(x - 8)(x + 9) = 0$
 $x - 8 = 0 \vee x + 9 = 0$
 $x = 8 \vee x = -9$
 i $x^2 + x = 0$
 $x(x + 1) = 0$
 $x = 0 \vee x + 1 = 0$
 $x = 0 \vee x = -1$

5 a $x^2 + 2x = 24$
 $x^2 + 2x - 24 = 0$
 $(x - 4)(x + 6) = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 4 \vee x = -6$
 b $x^2 = 3x + 18$
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x + 3)(x - 6) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -3 \vee x = 6$

c $x^2 - 7 = 6x$
 $x^2 - 6x - 7 = 0$
 $(x + 1)(x - 7) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -1 \vee x = 7$
 d $x^2 + 40 = 14x$
 $x^2 - 14x + 40 = 0$
 $(x - 4)(x - 10) = 0$
 $x = 4 \vee x = 10$

e $x^2 = 16x$
 $x^2 - 16x = 0$
 $x(x - 16) = 0$
 $x = 0 \vee x - 16 = 0$
 $x = 0 \vee x = 16$
 f $x^2 = 16x + 36$
 $x^2 - 16x - 36 = 0$
 $(x + 2)(x - 18) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 18 = 0$
 $x = -2 \vee x = 18$

6 a $x(x + 1) = 5x$
 $x^2 + x = 5x$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x - 4) = 0$
 $x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$
 b $(x - 2)^2 = 14 - x$
 $x^2 - 4x + 4 = 14 - x$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

c $(2t - 1)(t + 2) = 0$
 $2t - 1 = 0 \vee t + 2 = 0$
 $2t = 1 \vee t = -2$
 $t = \frac{1}{2} \vee t = -2$
 d $(x + 3)^2 = 2x + 9$
 $x^2 + 6x + 9 = 2x + 9$
 $x^2 + 4x = 0$
 $x(x + 4) = 0$
 $x = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = -4$

e $(p - 4)(p + 4) = 6p$
 $p^2 - 16 = 6p$
 $p^2 - 6p - 16 = 0$
 $(p + 2)(p - 8) = 0$
 $p + 2 = 0 \vee p - 8 = 0$
 $p = -2 \vee p = 8$
 f $(2a + 5)(2a - 5) = 0$
 $2a + 5 = 0 \vee 2a - 5 = 0$
 $2a = -5 \vee 2a = 5$
 $a = -2\frac{1}{2} \vee a = 2\frac{1}{2}$

3.1 Kwadratische vergelijkingen

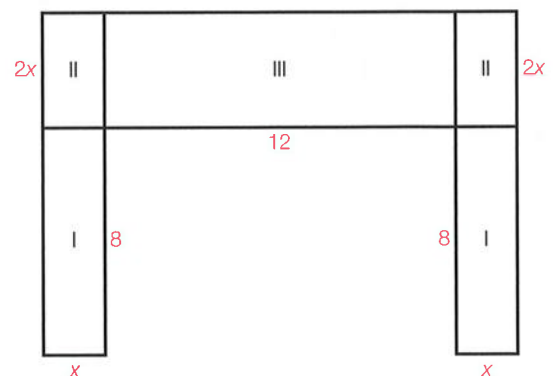
Bladzijde 96

- 1 a** $x^2 + 2x - 24 = 0$
 $(x - 4)(x + 6) = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 4 \vee x = -6$
- b** Dit heeft geen zin omdat de factor voor x^2 niet gelijk is aan 1.
 De product-som-methode kan alleen bij de vorm $x^2 + \dots x + \dots = 0$.
- c** $2x^2 + 2x - 24 = 0$
 $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x + 4)(x - 3) = 0$
 $x + 4 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -4 \vee x = 3$
- 2 a** $2x^2 - 32x - 72 = 0$
 $x^2 - 16x - 36 = 0$
 $(x + 2)(x - 18) = 0$
 $x = -2 \vee x = 18$
- b** $\frac{1}{4}x^2 + 3\frac{1}{2}x + 12 = 0$
 $x^2 + 14x + 48 = 0$
 $(x + 8)(x + 6) = 0$
 $x = -8 \vee x = -6$
- c** $-x^2 + 6x - 5 = 0$
 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0$
 $x = 1 \vee x = 5$
- d** $3x^2 + 135 = 54x$
 $3x^2 - 54x + 135 = 0$
 $x^2 - 18x + 45 = 0$
 $(x - 15)(x - 3) = 0$
 $x = 15 \vee x = 3$
- e** $-\frac{1}{2}x^2 = 3x - 8$
 $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 8 = 0$
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $(x + 8)(x - 2) = 0$
 $x = -8 \vee x = 2$
- f** $4x^2 = 60 - 8x$
 $4x^2 + 8x - 60 = 0$
 $x^2 + 2x - 15 = 0$
 $(x + 5)(x - 3) = 0$
 $x = -5 \vee x = 3$

Bladzijde 97

- 3 a** $-2x^2 + 48 = 10x$
 $-2x^2 - 10x + 48 = 0$
 $x^2 + 5x - 24 = 0$
 $(x + 8)(x - 3) = 0$
 $x = -8 \vee x = 3$
- b** $(3x - 1)(5x + 30) = 0$
 $3x - 1 = 0 \vee 5x + 30 = 0$
 $3x = 1 \vee 5x = -30$
 $x = \frac{1}{3} \vee x = -6$
- c** $(\frac{1}{2}x - 3)^2 = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x$
 $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x$
 $\frac{1}{4}x^2 - 2\frac{3}{4}x + 7\frac{1}{2} = 0$
 $x^2 - 11x + 30 = 0$
 $(x - 5)(x - 6) = 0$
 $x = 5 \vee x = 6$
- d** $(x - 5)^2 = 2x - 10$
 $x^2 - 10x + 25 = 2x - 10$
 $x^2 - 12x + 35 = 0$
 $(x - 5)(x - 7) = 0$
 $x = 5 \vee x = 7$
- e** $(x - 2)(2x - 5) = x + 2$
 $2x^2 - 5x - 4x + 10 = x + 2$
 $2x^2 - 10x + 8 = 0$
 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x - 1)(x - 4) = 0$
 $x = 1 \vee x = 4$
- f** $(2x - 1)^2 = 12x - 11$
 $4x^2 - 4x + 1 = 12x - 11$
 $4x^2 - 16x + 12 = 0$
 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x - 1)(x - 3) = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$

- 4 a** Zie de figuur hiernaast.
 opp I = $8 \cdot x = 8x$
 opp II = $2x \cdot x = 2x^2$
 opp III = $12 \cdot 2x = 24x$
 opp tegelpad = $2 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + \text{opp III}$
 $= 2 \cdot 8x + 2 \cdot 2x^2 + 24x$
 $= 16x + 4x^2 + 24x$
 $= 4x^2 + 40x$
- b** $4x^2 + 40x = 44$
- c** $4x^2 + 40x = 44$
 $4x^2 + 40x - 44 = 0$
 $x^2 + 10x - 11 = 0$
 $(x + 11)(x - 1) = 0$
 $x = -11 \vee x = 1$
 De oplossing $x = -11$ kan niet, dus aan de zijkanten is het tegelpad 1 meter breed.
 Aan de achterkant is het tegelpad 2 meter breed.



5

Zie de figuur hiernaast.

$$\text{opp I} = x \cdot x = x^2$$

$$\text{opp II} = 6 \cdot x = 6x$$

$$\text{opp III} = 20 \cdot x = 20x$$

$$\begin{aligned}\text{opp tegelpad} &= 4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III} \\ &= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 6x + 2 \cdot 20x \\ &= 4x^2 + 12x + 40x \\ &= 4x^2 + 52x\end{aligned}$$

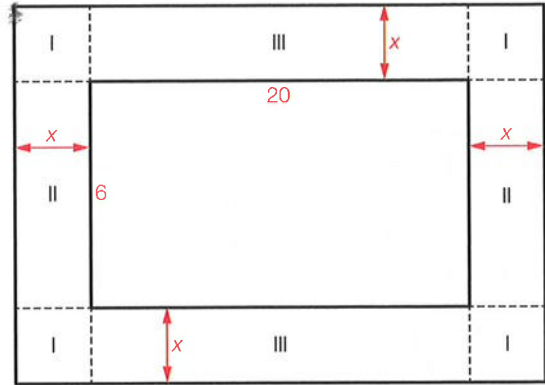
$$4x^2 + 52x = 120$$

$$4x^2 + 52x - 120 = 0$$

$$x^2 + 13x - 30 = 0$$

$$(x - 2)(x + 15) = 0$$

$$x = 2 \vee x = -15$$

De oplossing $x = -15$ kan niet, dus de breedte van het tegelpad is 2 meter.

6

a $x - 3 = 5 \vee x - 3 = -5$

b $(x - 7)^2 = -3$ heeft geen oplossing.

Bladzijde 98

7

a $(x + 12)^2 = 9$

$$x + 12 = 3 \vee x + 12 = -3$$

$$x = -9 \vee x = -15$$

b $(x - 1)^2 = -9$

geen oplossing

c $3(x + 17)^2 = 75$

$$(x + 17)^2 = 25$$

$$x + 17 = 5 \vee x + 17 = -5$$

$$x = -12 \vee x = -22$$

d $(x - 81)^2 = 0$

$$x - 81 = 0$$

$$x = 81$$

e $-2(x - 7)^2 + 100 = 2$

$$-2(x - 7)^2 = -98$$

$$(x - 7)^2 = 49$$

$$x - 7 = 7 \vee x - 7 = -7$$

$$x = 14 \vee x = 0$$

f $\frac{1}{2}(x + 1\frac{1}{2})^2 - 2 = 0$

$$\frac{1}{2}(x + 1\frac{1}{2})^2 = 2$$

$$(x + 1\frac{1}{2})^2 = 4$$

$$x + 1\frac{1}{2} = 2 \vee x + 1\frac{1}{2} = -2$$

$$x = \frac{1}{2} \vee x = -3\frac{1}{2}$$

8

a $4(x - 2\frac{1}{2})^2 - 1\frac{1}{4} = 5$

$$4(x - 2\frac{1}{2})^2 = 6\frac{1}{4}$$

$$(x - 2\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$(x - 2\frac{1}{2})^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4} \vee x - 2\frac{1}{2} = -1\frac{1}{4}$$

$$x = 3\frac{3}{4} \vee x = 1\frac{1}{4}$$

b $(x + 31)^2 + 20 = 0$

$$(x + 31)^2 = -20$$

geen oplossing

c $7(x - 1)^2 + 12 = 12$

$$7(x - 1)^2 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

d $-(x - 6)^2 + 40 = 4$

$$-(x - 6)^2 = -36$$

$$(x - 6)^2 = 36$$

$$x - 6 = 6 \vee x - 6 = -6$$

$$x = 12 \vee x = 0$$

9

Stel de zijde van het vierkant x cm.Voor de lengte l en de breedte b van de doos in cm geldt:

$$l = b = x - 2 \cdot 25 = x - 50.$$

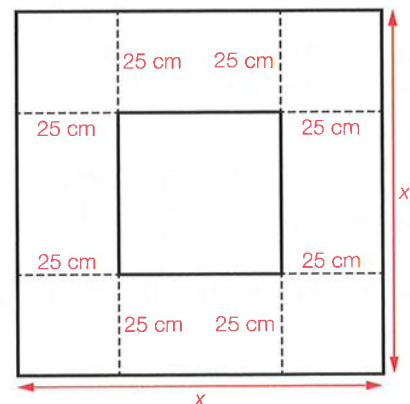
De inhoud van de doos is $40 \text{ L} = 40 \text{ dm}^3 = 40\,000 \text{ cm}^3$.

$$\text{Dit geeft } 25(x - 50)^2 = 40\,000$$

$$(x - 50)^2 = 1600$$

$$x - 50 = 40 \vee x - 50 = -40$$

$$x = 90 \vee x = 10$$

De oplossing $x = 10$ kan niet, dus de afmetingen van het stuk karton zijn 90 bij 90 cm

10 $x^2 + 7 = 10$
 $x^2 = 3$
 $x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

Bladzijde 99

11 a $(x+1)^2 = 6$
 $x+1 = \sqrt{6} \vee x+1 = -\sqrt{6}$
 $x = -1 + \sqrt{6} \vee x = -1 - \sqrt{6}$

b $(x+5)^2 = \frac{4}{9}$
 $x+5 = \frac{2}{3} \vee x+5 = -\frac{2}{3}$
 $x = -4\frac{1}{3} \vee x = -5\frac{2}{3}$

c $(x-3)^2 = -6$
 geen oplossing

d $3(x-4)^2 = 9$
 $(x-4)^2 = 3$
 $x-4 = \sqrt{3} \vee x-4 = -\sqrt{3}$
 $x = 4 + \sqrt{3} \vee x = 4 - \sqrt{3}$

e $2(x-2)^2 - 100 = 0$
 $2(x-2)^2 = 100$
 $(x-2)^2 = 50$
 $x-2 = \sqrt{50} \vee x-2 = -\sqrt{50}$
 $x = 2 + \sqrt{50} \vee x = 2 - \sqrt{50}$
 $x = 2 + 5\sqrt{2} \vee x = 2 - 5\sqrt{2}$

f $\frac{1}{3}(x+7)^2 - 9 = 15$
 $\frac{1}{3}(x+7)^2 = 24$
 $(x+7)^2 = 72$
 $x+7 = \sqrt{72} \vee x+7 = -\sqrt{72}$
 $x = -7 + \sqrt{72} \vee x = -7 - \sqrt{72}$
 $x = -7 + 6\sqrt{2} \vee x = -7 - 6\sqrt{2}$

12 a $2(x+4)^2 - 6 = 0$
 $2(x+4)^2 = 6$
 $(x+4)^2 = 3$
 $x+4 = \sqrt{3} \vee x+4 = -\sqrt{3}$
 $x = -4 + \sqrt{3} \vee x = -4 - \sqrt{3}$

b $(x-3)^2 - 9 = 7$
 $(x-3)^2 = 16$
 $x-3 = 4 \vee x-3 = -4$
 $x = 7 \vee x = -1$

c $-(x+1)^2 + 3 = 30$
 $-(x+1)^2 = 27$
 $(x+1)^2 = -27$
 geen oplossing

d $-\frac{1}{3}(x-5)^2 + 25 = 0$
 $-\frac{1}{3}(x-5)^2 = -25$
 $(x-5)^2 = 75$
 $x-5 = \sqrt{75} \vee x-5 = -\sqrt{75}$
 $x = 5 + \sqrt{75} \vee x = 5 - \sqrt{75}$
 $x = 5 + 5\sqrt{3} \vee x = 5 - 5\sqrt{3}$

3.2 Kwadraatplitsen

Bladzijde 100

13 a $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
 b $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
 c $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

d $x^2 + 2x = x^2 + 2x + 1 - 1 = (x+1)^2 - 1$
 e $x^2 - 6x = x^2 - 6x + 9 - 9 = (x-3)^2 - 9$
 f $x^2 + 8x = x^2 + 8x + 16 - 16 = (x+4)^2 - 16$

14 a $x^2 + 10x + 3 = (x+5)^2 - 25 + 3 = (x+5)^2 - 22$

b $x^2 - x + 5 = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 5 = (x - \frac{1}{2})^2 + 4\frac{3}{4}$

c $x^2 + 5x + 8 = (x + 2\frac{1}{2})^2 - (2\frac{1}{2})^2 + 8 = (x + 2\frac{1}{2})^2 - 6\frac{1}{4} + 8 = (x + 2\frac{1}{2})^2 + 1\frac{3}{4}$

15 a $x^2 + 14x = (x+7)^2 - 49$

b $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$

c $x^2 + 7x = (x + 3\frac{1}{2})^2 - (3\frac{1}{2})^2 = (x + 3\frac{1}{2})^2 - 12\frac{1}{4}$

d $x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

16 a $x^2 + 20x = (x+10)^2 - 100$

b $x^2 - 15x = (x - 7\frac{1}{2})^2 - (7\frac{1}{2})^2 = (x - 7\frac{1}{2})^2 - 56\frac{1}{4}$

c $x^2 + 9x = (x + 4\frac{1}{2})^2 - (4\frac{1}{2})^2 = (x + 4\frac{1}{2})^2 - 20\frac{1}{4}$

d $x^2 - 4\frac{1}{2}x = (x - 2\frac{1}{4})^2 - (2\frac{1}{4})^2 = (x - 2\frac{1}{4})^2 - 5\frac{1}{16}$

17 a $x^2 + 6x + 8 = (x+3)^2 - 9 + 8 = (x+3)^2 - 1$

b $x^2 - 4x - 7 = (x-2)^2 - 4 - 7 = (x-2)^2 - 11$

Bladzijde 101

- 18** a $x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2 - 4 + 2 = (x + 2)^2 - 2$
 b $x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 1 - 1 = (x - 1)^2 - 2$
 c $x^2 + 5x - 21 = (x + 2\frac{1}{2})^2 - 6\frac{1}{4} - 21 = (x + 2\frac{1}{2})^2 - 27\frac{1}{4}$
 d $x^2 - 3x = (x - 1\frac{1}{2})^2 - 2\frac{1}{4}$
 e $x^2 + \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} = (x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} + 1\frac{1}{2} = (x + \frac{1}{4})^2 + 1\frac{7}{16}$
 f $x^2 + 12x + 39 = (x + 6)^2 - 36 + 39 = (x + 6)^2 + 3$
- 19** a $x^2 + 14x + 50 = (x + 7)^2 - 49 + 50 = (x + 7)^2 + 1$
 b $x^2 - 6x + 16 = (x - 3)^2 - 9 + 16 = (x - 3)^2 + 7$
 c $x^2 - 100x - 500 = (x - 50)^2 - 2500 - 500 = (x - 50)^2 - 3000$
 d $x^2 - 7x + 8 = (x - 3\frac{1}{2})^2 - 12\frac{1}{4} + 8 = (x - 3\frac{1}{2})^2 - 4\frac{1}{4}$
 e $x^2 - x - 1 = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 1 = (x - \frac{1}{2})^2 - 1\frac{1}{4}$
 f $x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{16} = (x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16} - \frac{3}{16} = (x + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4}$
- 20** a Er zijn geen twee gehele getallen met product 1 en som -4.
 b, c $x^2 - 4x + 1 = 0$
 $(x - 2)^2 - 4 + 1 = 0$
 $(x - 2)^2 - 3 = 0$
 $(x - 2)^2 = 3$
 $x - 2 = \sqrt{3} \vee x - 2 = -\sqrt{3}$
 $x = 2 + \sqrt{3} \vee x = 2 - \sqrt{3}$

Bladzijde 102

- 21** a $x^2 + 6x + 1 = 0$
 $(x + 3)^2 - 9 + 1 = 0$
 $(x + 3)^2 = 8$
 $x + 3 = \sqrt{8} \vee x + 3 = -\sqrt{8}$
 $x = -3 + \sqrt{8} \vee x = -3 - \sqrt{8}$
 $x = -3 + 2\sqrt{2} \vee x = -3 - 2\sqrt{2}$
 b $x^2 + 8x + 9 = 0$
 $(x + 4)^2 - 16 + 9 = 0$
 $(x + 4)^2 = 7$
 $x + 4 = \sqrt{7} \vee x + 4 = -\sqrt{7}$
 $x = -4 + \sqrt{7} \vee x = -4 - \sqrt{7}$
 c $x^2 - 2x + 9 = 2$
 $x^2 - 2x + 7 = 0$
 $(x - 1)^2 - 1 + 7 = 0$
 $(x - 1)^2 = -6$
 geen oplossing
- d $x^2 + 25 = 10x$
 $x^2 - 10x + 25 = 0$
 $(x - 5)^2 - 25 + 25 = 0$
 $(x - 5)^2 = 0$
 $x - 5 = 0$
 $x = 5$
 e $x^2 = x + \frac{3}{4}$
 $x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$
 $(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 0$
 $(x - \frac{1}{2})^2 = 1$
 $x - \frac{1}{2} = 1 \vee x - \frac{1}{2} = -1$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$
 f $x^2 + 3x + 6 = 3$
 $x^2 + 3x + 3 = 0$
 $(x + 1\frac{1}{2})^2 - 2\frac{1}{4} + 3 = 0$
 $(x + 1\frac{1}{2})^2 = -\frac{3}{4}$
 geen oplossing
- 22** a $x^2 - 16x - 10 = 0$
 $(x - 8)^2 - 64 - 10 = 0$
 $(x - 8)^2 = 74$
 $x - 8 = \sqrt{74} \vee x - 8 = -\sqrt{74}$
 $x = 8 + \sqrt{74} \vee x = 8 - \sqrt{74}$
 b $x^2 + 120 = 20x$
 $x^2 - 20x + 120 = 0$
 $(x - 10)^2 - 100 + 120 = 0$
 $(x - 10)^2 = -20$
 geen oplossing
- c $x^2 = 5x + 1$
 $x^2 - 5x - 1 = 0$
 $(x - 2\frac{1}{2})^2 - 6\frac{1}{4} - 1 = 0$
 $(x - 2\frac{1}{2})^2 = 7\frac{1}{4}$
 $x - 2\frac{1}{2} = \sqrt{7\frac{1}{4}} \vee x - 2\frac{1}{2} = -\sqrt{7\frac{1}{4}}$
 $x = 2\frac{1}{2} + \sqrt{7\frac{1}{4}} \vee x = 2\frac{1}{2} - \sqrt{7\frac{1}{4}}$

23 a $3x^2 - 9x + 9 = 0$
 $x^2 - 3x + 3 = 0$
 $(x - 1\frac{1}{2})^2 - 2\frac{1}{4} + 3 = 0$
 $(x - 1\frac{1}{2})^2 = -\frac{3}{4}$
 geen oplossing

b $\frac{1}{4}x^2 = x + 1$
 $\frac{1}{4}x^2 - x - 1 = 0$
 $x^2 - 4x - 4 = 0$
 $(x - 2)^2 - 4 - 4 = 0$
 $(x - 2)^2 = 8$
 $x - 2 = \sqrt{8} \vee x - 2 = -\sqrt{8}$
 $x = 2 + \sqrt{8} \vee x = 2 - \sqrt{8}$
 $x = 2 + 2\sqrt{2} \vee x = 2 - 2\sqrt{2}$

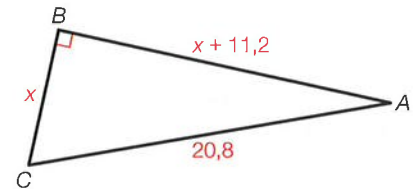
c $-x^2 + 20x + 15 = 0$
 $x^2 - 20x - 15 = 0$
 $(x - 10)^2 - 100 - 15 = 0$
 $(x - 10)^2 = 115$
 $x - 10 = \sqrt{115} \vee x - 10 = -\sqrt{115}$
 $x = 10 + \sqrt{115} \vee x = 10 - \sqrt{115}$

d $5x^2 + 95 = 20x$
 $5x^2 - 20x + 95 = 0$
 $x^2 - 4x + 19 = 0$
 $(x - 2)^2 - 4 + 19 = 0$
 $(x - 2)^2 = -15$
 geen oplossing

- 24 Zie de figuur hiernaast.
 Stel $BC = x$, dit geeft $AB = x + 11,2$.
 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

Dit geeft
 $(x + 11,2)^2 + x^2 = 20,8^2$
 $x^2 + 22,4x + 125,44 + x^2 = 432,64$
 $2x^2 + 22,4x - 307,2 = 0$
 $x^2 + 11,2x - 153,6 = 0$
 $(x + 5,6)^2 - 5,6^2 - 153,6 = 0$
 $(x + 5,6)^2 - 31,36 - 153,6 = 0$
 $(x + 5,6)^2 = 184,96$
 $x + 5,6 = \sqrt{184,96} \vee x + 5,6 = -\sqrt{184,96}$
 $x = -5,6 + 13,6 \vee x = -5,6 - 13,6$
 $x = 8 \vee x = -19,2$

De oplossing $x = -19,2$ kan niet, dus de afstand BC is 8 km.



3.3 Kwadratische functies

Bladzijde 103

25 a $f(3) = 3 \cdot 3^2 + 8 = 3 \cdot 9 + 8 = 35$
 b $f(-8) = 3 \cdot (-8)^2 + 8 = 3 \cdot 64 + 8 = 200$
 $f(0) = 3 \cdot 0^2 + 8 = 0 + 8 = 8$
 $f(1) = 3 \cdot 1^2 + 8 = 3 + 8 = 11$

26 a $g(5) = -2 \cdot 5^2 + 8 \cdot 5 = -50 + 40 = -10$
 $g(-3) = -2 \cdot (-3)^2 + 8 \cdot -3 = -18 - 24 = -42$
 b $g(-1) = -2 \cdot (-1)^2 + 8 \cdot -1 = -2 - 8 = -10$, dus $P(-1, -10)$ ligt op de grafiek van g .

Bladzijde 104

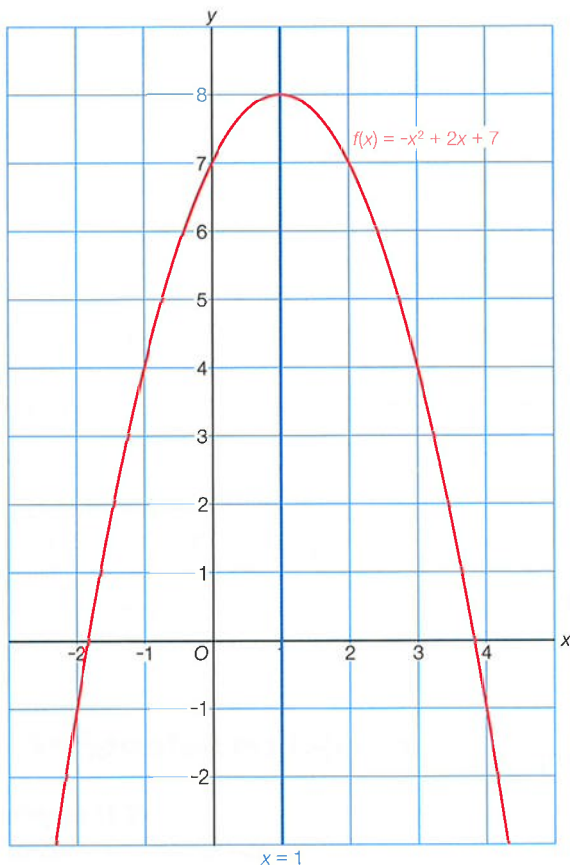
27 a $y = x^2 - 7x - 5$
 b $h(5) = 5^2 - 7 \cdot 5 - 5 = 25 - 35 - 5 = -15$
 $h(-4) = (-4)^2 - 7 \cdot -4 - 5 = 16 + 28 - 5 = 39$
 c $x_A = -1$ geeft $y_A = h(-1) = (-1)^2 - 7 \cdot -1 - 5 = 1 + 7 - 5 = 3$
 d $x_B = 6$ geeft $y_B = h(6) = 6^2 - 7 \cdot 6 - 5 = 36 - 42 - 5 = -11$

28 a $f(-2) = -(-2)^2 + 2 \cdot -2 + 7 = -4 - 4 + 7 = -1$
 $f(4) = -4^2 + 2 \cdot 4 + 7 = -16 + 8 + 7 = -1$, dus $f(-2) = f(4)$.

b

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-1	4	7	8	7	4	-1

c,d



e Het hoogste punt is (1, 8).

Bladzijde 105

29 a $f(1) = -1^2 + 4 \cdot 1 = -1 + 4 = 3$
 $f(3) = -3^2 + 4 \cdot 3 = -9 + 12 = 3$, dus $f(1) = f(3)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{1+3}{2} = 2$

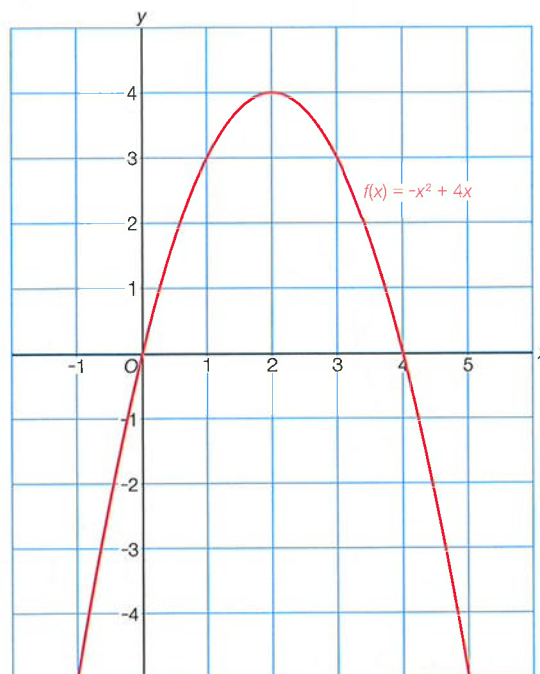
b

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5

Het is vanwege de symmetrie van de grafiek verstandig om x_{top} in het midden van de tabel op te nemen.

Je krijgt dan de tabel hierboven, van $x = -1$ tot $x = 5$.

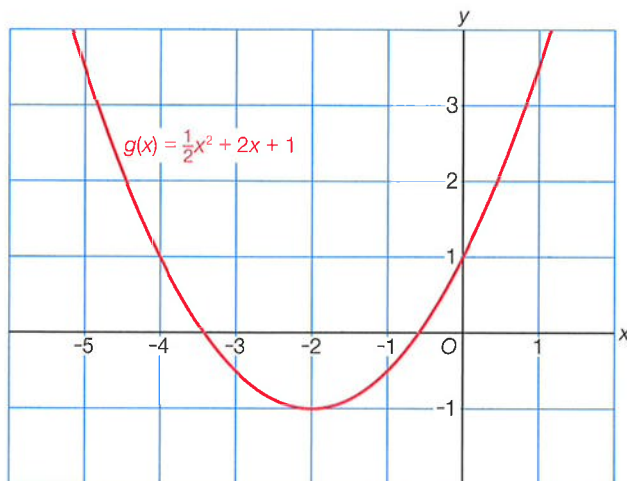
c De top is het punt (2, 4).



30 a $g(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot -4 + 1 = 8 - 8 + 1 = 1$
 $g(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 1 = 1$, dus $g(-4) = g(0)$.

b

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$g(x)$	$3\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$3\frac{1}{2}$



De top is het punt $(-2, -1)$.

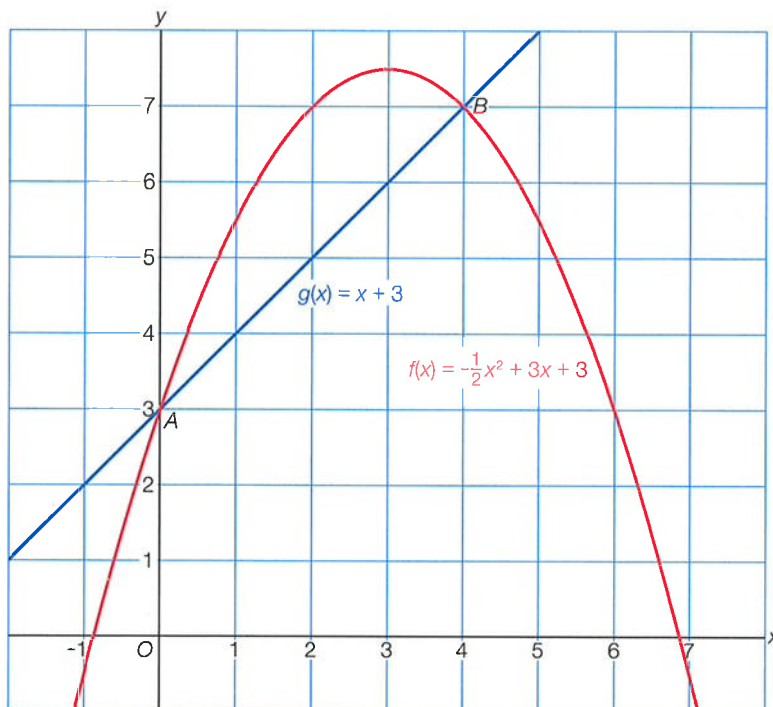
c $g(-10) = \frac{1}{2} \cdot (-10)^2 + 2 \cdot -10 + 1 = 50 - 20 + 1 = 31$,
dus $A(-10, 31)$ ligt op de grafiek van g .

31 a $f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 3 = 0 + 0 + 3 = 3$
 $f(6) = -\frac{1}{2} \cdot 6^2 + 3 \cdot 6 + 3 = -18 + 18 + 3 = 3$, dus $f(0) = f(6)$.

b

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	$5\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{2}$	7	$5\frac{1}{2}$	3

x	0	3
$g(x)$	3	6



c $A(0, 3)$ en $B(4, 7)$

$$\begin{aligned} \text{d } f(-4) &= -\frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 3 \cdot (-4) + 3 = -\frac{1}{2} \cdot 16 - 12 + 3 = -8 - 12 + 3 = -17 \\ g(-4) &= -4 + 3 = -1 \\ QR &= g(-4) - f(-4) = -1 - (-17) = -1 + 17 = 16 \end{aligned}$$

Bladzijde 106

- 32** a $x = 4$ geeft $f(4) = -0,06 \cdot 4^2 + 0,72 \cdot 4 + 2,1 = 4,02$ meter.
 b $x = 2$ geeft $f(2) = -0,06 \cdot 2^2 + 0,72 \cdot 2 + 2,1 = 3,3$
 $x = 10$ geeft $f(10) = -0,06 \cdot 10^2 + 0,72 \cdot 10 + 2,1 = 3,3$
 Dus de hoogte van de bal bij $x = 2$ is gelijk aan die bij $x = 10$.
 c $x_{\text{top}} = \frac{2+10}{2} = 6$ geeft maximale hoogte is $f(6) = -0,06 \cdot 6^2 + 0,72 \cdot 6 + 2,1 = 4,26$ meter.
 d $x = 14$ geeft $f(14) = -0,06 \cdot 14^2 + 0,72 \cdot 14 + 2,1 = 0,42$
 Op 14 meter afstand van Bianca is de bal nog boven de grond, dus de bal komt op meer dan 14 meter van haar op de grond.
- 33** a $x = 1$ geeft $f(1) = -0,75 \cdot 1^2 + 4,5 \cdot 1 - 3,75 = 0$
 $x = 5$ geeft $f(5) = -0,75 \cdot 5^2 + 4,5 \cdot 5 - 3,75 = 0$
 Dus de dwarsdoorsnede van de tunnel loopt van $x = 1$ tot $x = 5$.
 b $x_{\text{top}} = \frac{1+5}{2} = 3$ geeft $y_{\text{top}} = f(3) = -0,75 \cdot 3^2 + 4,5 \cdot 3 - 3,75 = 3$
 Dus de maximale hoogte van de tunnel is 3 meter.
 c De bestelbus rijdt midden op de weg en steekt vanaf het midden naar beide kanten 1 meter uit.
 $x = 2$ geeft $f(2) = -0,75 \cdot 2^2 + 4,5 \cdot 2 - 3,75 = 2,25$
 De hoogte van de tunnel bij $x = 2$ en bij $x = 4$ is 2,25 meter en de bestelbus is 2,2 meter hoog.
 De bestelbus kan dus door de tunnel.

3.4 Snijpunten en toppen**Bladzijde 107**

- 34** a Van een punt op de x -as is de y -coördinaat 0.
 Van een punt op de y -as is de x -coördinaat 0.
 b $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 8 = 0 + 0 - 8 = -8$
 Het snijpunt van de grafiek met de y -as is $C(0, -8)$.
 c $f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 8 = 4 + 4 - 8 = 0$
 Dus $B(2, 0)$.
 d $f(-4) = (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 8 = 16 - 8 - 8 = 0$
 Dus $A(-4, 0)$.
 Je weet nu de coördinaten van de snijpunten A en B van de grafiek van f met de x -as.
 e Om de x -coördinaten van de punten A en B te berekenen, los je de vergelijking $x^2 + 2x - 8 = 0$ op.

35 $f(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\frac{1}{2} = 0$
 $x^2 - 6x - 7 = 0$
 $(x+1)(x-7) = 0$
 $x = -1 \vee x = 7$

Dus $A(-1, 0)$ en $B(7, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-1+7}{2} = 3 \text{ en } y_{\text{top}} = f(3) = -\frac{1}{2} \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 3\frac{1}{2} = -4\frac{1}{2} + 9 + 3\frac{1}{2} = 8, \text{ dus } T(3, 8).$$

Van $\triangle ABT$ is de basis $AB = 7 - (-1) = 8$ en de bijbehorende hoogte is 8.

$$\text{Dus opp } \triangle ABT = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32.$$

Bladzijde 108

36 $h(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 - 5x = 0$
 $x^2 + 10x = 0$
 $x(x+10) = 0$
 $x = 0 \vee x = -10$

De snijpunten met de x -as zijn $(-10, 0)$ en $(0, 0)$.

Het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.

37 $g(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 = 0$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1 \vee x = 3$$

De snijpunten met de x -as zijn $(-1, 0)$ en $(3, 0)$.

$$g(0) = -0 + 0 + 1 = 1$$

Het snijpunt met de y -as is $(0, 1)$.

38 $f(x) = 0$ geeft $x^2 + 8x - 20 = 0$

$$(x-2)(x+10) = 0$$

$$x = 2 \vee x = -10$$

Dus $A(-10, 0)$ en $B(2, 0)$.

$$f(0) = 0 + 0 - 20 = -20, \text{ dus } C(0, -20).$$

Van $\triangle ABC$ is de basis $AB = 2 - (-10) = 12$ en de bijbehorende hoogte is 20.

$$\text{Dus opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 20 = 120.$$

39 a $h = 0$ geeft $-0,125x^2 + 2x - 6 = 0$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x-12) = 0$$

$$x = 4 \vee x = 12$$

Dus $A(4, 0)$ en $B(12, 0)$ en $AB = 12 - 4 = 8$.

b $x_{\text{top}} = \frac{4+12}{2} = 8$, dus het hoogste punt van de doorgang is bij $x = 8$.

Bij het midden van de boot hoort $x = 8$, en bij de zijken van de boot horen $x = 8 - 2 = 6$

en $x = 8 + 2 = 10$.

$$x = 6 \text{ geeft } h = -0,125 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 - 6 = 1,5$$

De hoogte van de brug bij $x = 6$ en bij $x = 10$ is 1,5 meter en de boot steekt 1,4 meter boven het wateroppervlak uit. Dus de boot kan onder de brug door varen.

40 a $f(x) = 0$ geeft $x^2 - 6x = 0$

$$x(x-6) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 6$$

Dus $x_B = 6$.

b $x_{\text{top}} = \frac{0+x_B}{2} = \frac{1}{2}x_B$

c $x_{\text{top}} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$

$$y_{\text{top}} = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = 9 - 18 = -9$$

41 a De verschuiving is 3 omlaag.

b Een verschuiving van 4 omhoog.

c De x -coördinaten van de toppen van de drie parabolen zijn gelijk.

Bladzijde 110

42 a $a = 1$ en $b = 4$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2$.

$$y_{\text{top}} = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot -2 + 1 = -3$$

Dus de top is het punt $(-2, -3)$.

b $a = -1$ en $b = 2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{2}{2 \cdot -1} = 1$.

$$y_{\text{top}} = g(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 + 10 = 11$$

Dus de top is het punt $(1, 11)$.

c $a = 1,2$ en $b = -8,4$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-8,4}{2 \cdot 1,2} = 3,5$.

$$y_{\text{top}} = h(3,5) = 1,2 \cdot 3,5^2 - 8,4 \cdot 3,5 + 1 = -13,7$$

Dus de top is het punt $(3,5; -13,7)$.

d $a = -0,25$ en $b = 4$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{4}{2 \cdot -0,25} = 8$.

$$y_{\text{top}} = k(8) = -0,25 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 - 17 = -1$$

Dus de top is het punt $(8, -1)$.

43 a $a = -0,025$ en $b = 1$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1}{2 \cdot -0,025} = 20$.

$$h_{\text{top}} = -0,025 \cdot 20^2 + 20 = 10$$

De top is het punt (20, 10).

b De maximale hoogte van de bal is 10 meter.

c $x = 36$ geeft $h = -0,025 \cdot 36^2 + 36 = 3,6$ meter

Dus de bal gaat over Daan heen.

44 a Bij 6 uur 's morgens hoort $t = 6$.

$$t = 6 \text{ geeft } T = -0,05 \cdot 6^2 + 1,5 \cdot 6 = 7,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Bij 6 uur 's avonds hoort $t = 18$.

$$t = 18 \text{ geeft } T = -0,05 \cdot 18^2 + 1,5 \cdot 18 = 10,8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

b $a = -0,05$ en $b = 1,5$, dus $t_{\text{top}} = -\frac{1,5}{2 \cdot -0,05} = 15$.

Dus om 3 uur 's middags is de temperatuur maximaal.

c $t_{\text{top}} = 15$ geeft $T_{\text{top}} = -0,05 \cdot 15^2 + 1,5 \cdot 15 = 11,25$

De maximale temperatuur is $11 \text{ } ^\circ\text{C}$.

45 $a = -2$ en $b = 36$, dus $p_{\text{top}} = -\frac{36}{2 \cdot -2} = 9$.

$$O_{\text{top}} = -2 \cdot 9^2 + 36 \cdot 9 = 162$$

Dus de maximale opbrengst per dag is 162 euro.

46 a $a = -0,1$ en $b = 1,5$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1,5}{2 \cdot -0,1} = 7,5$.

$$h_{\text{top}} = -0,1 \cdot 7,5^2 + 1,5 \cdot 7,5 - 2,025 = 3,6$$

De hoogte van de tunnel is 3,6 meter.

b Bij 4 meter links van het midden hoort $x = 7,5 - 4 = 3,5$.

$$x = 3,5 \text{ geeft } h = -0,1 \cdot 3,5^2 + 1,5 \cdot 3,5 - 2,025 = 2$$

De hoogte van de tunnel 4 meter links en rechts van het midden is 2 meter.

$$\text{De oppervlakte van de wanden is } 2 \cdot 20 \cdot 2 = 80 \text{ m}^2.$$

$$\text{De totale kosten zijn } 80 \cdot 120 = 9600 \text{ euro.}$$

3.5 De functie $f(x) = a(x - d)(x - e)$

Bladzijde 111

- 47 a $(-7, 0)$ en $(1, 0)$ d $(1, 0)$ en $(8, 0)$
 b $(-7, 0)$ en $(1, 0)$ e $(0, 0)$ en $(8, 0)$
 c $(-7, 0)$ en $(1, 0)$ f $(25, 0)$ en $(-96, 0)$

Bladzijde 112

48 a De snijpunten met de x -as zijn $(4, 0)$ en $(8, 0)$.

$$f(0) = \frac{1}{2}(0 - 4)(0 - 8) = \frac{1}{2} \cdot -4 \cdot -8 = 16, \text{ dus het snijpunt met de } y\text{-as is } (0, 16).$$

$$x_{\text{top}} = \frac{4 + 8}{2} = 6 \text{ geeft } y_{\text{top}} = f(6) = \frac{1}{2}(6 - 4)(6 - 8) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot -2 = -2, \text{ dus de top is het punt } (6, -2).$$

b De snijpunten met de x -as zijn $(-7, 0)$ en $(1, 0)$.

$$g(0) = -5(0 + 7)(0 - 1) = -5 \cdot 7 \cdot -1 = 35, \text{ dus het snijpunt met de } y\text{-as is } (0, 35).$$

$$x_{\text{top}} = \frac{-7 + 1}{2} = -3 \text{ geeft } y_{\text{top}} = g(-3) = -5(-3 + 7)(-3 - 1) = -5 \cdot 4 \cdot -4 = 80,$$

dus de top is het punt $(-3, 80)$.

c De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(-12, 0)$.

Het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{0 + -12}{2} = -6 \text{ geeft } y_{\text{top}} = h(-6) = 8 \cdot -6 \cdot (-6 + 12) = 8 \cdot -6 \cdot 6 = -288,$$

dus de top is het punt $(-6, -288)$.

- d** De snijpunten met de x -as zijn $(-12, 0)$ en $(-20, 0)$.
 $k(0) = -(0 + 12)(0 + 20) = -1 \cdot 12 \cdot 20 = -240$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -240)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{-12 + (-20)}{2} = -16$ geeft $y_{\text{top}} = k(-16) = -(-16 + 12)(-16 + 20) = -1 \cdot -4 \cdot 4 = 16$,
 dus de top is het punt $(-16, 16)$.

- 49 a** De snijpunten met de x -as zijn $A(-3, 0)$ en $B(6, 0)$.

$$f(0) = -\frac{1}{3}(0 + 3)(0 - 6) = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot -6 = 6, \text{ dus } C(0, 6).$$

$$x_{\text{top}} = \frac{-3 + 6}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$y_{\text{top}} = f(1\frac{1}{2}) = -\frac{1}{3}(1\frac{1}{2} + 3)(1\frac{1}{2} - 6) = -\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} \cdot -4\frac{1}{2} = 6\frac{3}{4}$$

$$\text{Dus } T(1\frac{1}{2}, 6\frac{3}{4}).$$

- b** $x_D = 5$ geeft $y_D = f(5) = -\frac{1}{3}(5 + 3)(5 - 6) = -\frac{1}{3} \cdot 8 \cdot -1 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

- c** $f(x) = -\frac{1}{3}(x + 3)(x - 6) = -\frac{1}{3}(x^2 - 6x + 3x - 18) = -\frac{1}{3}(x^2 - 3x - 18) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$,
 dus $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$.

- 50 a** $h = 0$ voor $x = 1,8$ en $x = 9,6$, dus de breedte van de tunnel is $9,6 - 1,8 = 7,8$ meter.

$$x_{\text{top}} = \frac{1,8 + 9,6}{2} = 5,7 \text{ geeft } h_{\text{top}} = -0,15(5,7 - 1,8)(5,7 - 9,6) = 2,2815$$

Dus de hoogte van de tunnel is 2,3 meter.

- b** Bij de positie van Jordy hoort $x = 9,6 - 2,1 = 7,5$.

$$x = 7,5 \text{ geeft } h = -0,15(7,5 - 1,8)(7,5 - 9,6) = 1,7955$$

Dus Jordy is 1,79 meter of kleiner.

- c** Bij de positie van de scheidingswand hoort $x = 1,8 + 2,5 = 4,3$.

$$x = 4,3 \text{ geeft } h = -0,15(4,3 - 1,8)(4,3 - 9,6) = 1,9875$$

De scheidingswand is 1,9875 meter hoog, dus de lengte van de tunnel is $\frac{15,9}{1,9875} = 8$ meter.

- 51** De grafiek is een dalparabool, dus de formule $y = -(x + 1)(x - 5)$ valt af.

De grafiek snijdt de x -as in de punten $(-1, 0)$ en $(5, 0)$, dus de formules $y = (x - 1)(x - 5)$

en $y = \frac{1}{2}(x - 1)(x - 5)$ vallen af.

De top is $(2, -4\frac{1}{2})$.

$x = 2$ invullen bij $y = (x + 1)(x - 5)$ geeft $y = (2 + 1)(2 - 5) = 3 \cdot -3 = -9$, dus deze formule valt af.

$x = 2$ invullen bij $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$ geeft $y = \frac{1}{2}(2 + 1)(2 - 5) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot -3 = -13\frac{1}{2}$, dus deze formule valt af.

$x = 2$ invullen bij $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$ geeft $y = \frac{1}{2}(2 + 1)(2 - 5) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot -3 = -4\frac{1}{2}$, dus dit is de juiste formule.

Bladzijde 113

- 52 a** Door $A(1, 0)$ en $B(9, 0)$, dus $y = a(x - 1)(x - 9)$.

$$\text{Door } C(-1, 16), \text{ dus } a(-1 - 1)(-1 - 9) = 16$$

$$a \cdot -2 \cdot -10 = 16$$

$$20a = 16$$

$$a = \frac{16}{20} = 0,8$$

$$\text{Dus } y = 0,8(x - 1)(x - 9).$$

- b** $y = 0,8(x - 1)(x - 9) = 0,8(x^2 - 9x - x + 9) = 0,8(x^2 - 10x + 9) = 0,8x^2 - 8x + 7,2$

- 53** Door $(-3, 0)$ en $(7, 0)$, dus $y = a(x + 3)(x - 7)$.

$$\text{Door } (0, 4), \text{ dus } a(0 + 3)(0 - 7) = 4$$

$$a \cdot 3 \cdot -7 = 4$$

$$-21a = 4$$

$$a = -\frac{4}{21}$$

$$\text{Dus } y = -\frac{4}{21}(x + 3)(x - 7).$$

$$x_{\text{top}} = \frac{-3 + 7}{2} = 2 \text{ geeft } y_{\text{top}} = -\frac{4}{21}(2 + 3)(2 - 7) = -\frac{4}{21} \cdot 5 \cdot -5 = 4\frac{16}{21},$$

dus de top van de parabool is $T(2, 4\frac{16}{21})$.

- 54 Door (0, 0) en (40, 0), dus $h = ax(x - 40)$.

Door (10, 6), dus $a \cdot 10 \cdot (10 - 40) = 6$

$$a \cdot 10 \cdot -30 = 6$$

$$-300a = 6$$

$$a = \frac{6}{-300} = -0,02$$

Dus $h = -0,02x(x - 40)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{0 + 40}{2} = 20 \text{ geeft } h_{\text{top}} = -0,02 \cdot 20 \cdot (20 - 40) = 8.$$

Dus de maximale hoogte van de bal is 8 meter.

3.6 De functie $f(x) = a(x - p)^2 + q$

Bladzijde 114

- 55 a Als je de rode grafiek 2 omhoog schuift valt deze precies op de blauwe.
b Als je de rode grafiek 1 omlaag schuift valt deze samen met de groene.

56 a

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	1	4	6	16	25

x	2	3	4	5	6	7
$g(x)$	0	1	4	6	16	25

$f(0) = g(2)$, $f(1) = g(3)$, enzovoort, dus in het algemeen geldt $f(x) = g(x + 2)$.

- b $g(18) = 256$, dus voor $x = 18$.
c $g(27) = 625$, dus voor $x = 27$.

Bladzijde 115

- 57 a $y = 0,8x^2 + 2 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = 0,8(x - 3)^2 + 2$, dus $g(x) = 0,8(x - 3)^2 + 2$.
b $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 3 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 3 - 3$,
dus $h(x) = -\frac{1}{4}(x + 5)^2$.
- 58 a $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -x^2 + 2 - 3$, dus $y = -x^2 - 1$.
b $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{4 \text{ naar rechts}} y = -(x - 4)^2 + 2$
c $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{7 \text{ naar links}} y = -(x + 7)^2 + 2 \xrightarrow{4 \text{ omhoog}} y = -(x + 7)^2 + 2 + 4$, dus $y = -(x + 7)^2 + 6$.
d $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{2 \text{ naar links}} y = -(x + 2)^2 + 2 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -(x + 2)^2 + 2 - 3$, dus $y = -(x + 2)^2 - 1$.
- 59 a Door de grafiek van $f(x) = x^2$ twee naar rechts en vijf omhoog te schuiven krijg je de grafiek van $g(x) = (x - 2)^2 + 5$.
b Door de grafiek van $h(x) = -2(x - 3)^2 + 5$ vier naar links en negen omlaag te schuiven krijg je de grafiek van $k(x) = -2(x + 1)^2 - 4$.

Bladzijde 116

- 60 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 3 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 3 - 2$, dus $k(x) = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 1$.
 $k(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 1 = 0$
 $-\frac{1}{4}(x + 5)^2 = -1$
 $(x + 5)^2 = 4$
 $x + 5 = 2 \vee x + 5 = -2$
 $x = -3 \vee x = -7$

De snijpunten met de x -as zijn $A(-7, 0)$ en $B(-3, 0)$, dus $AB = -3 - (-7) = 4$.

- 61** $x_{\text{top}} = -\frac{0}{2 \cdot -5} = 0$ geeft $y_{\text{top}} = f(0) = -5 \cdot 0^2 = 0$, dus de top van de grafiek van f is $(0, 0)$.

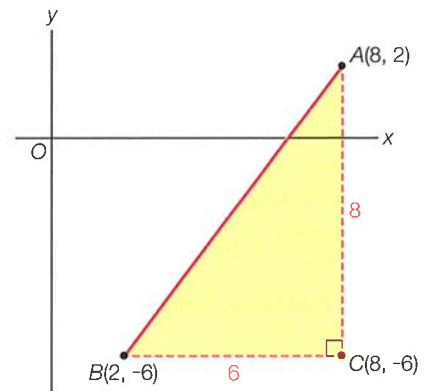
Een verschuiving van de grafiek van f met 2 omhoog en 8 naar rechts geeft het punt $A(8, 2)$ als top van de grafiek van g .

Een verschuiving van de grafiek van f met 6 omlaag en 2 naar rechts geeft het punt $B(2, -6)$ als top van de grafiek van h .

De afstand tussen de toppen van de grafieken van g en h is de lengte van de schuine zijde van de rechthoekige driehoek ABC hiernaast.

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100, \text{ dus } AB = \sqrt{100} = 10.$$

De afstand tussen de toppen van de grafieken van g en h is 10.



- 62** Door de grafiek van q zeven naar links en vijf omhoog te schuiven, ontstaat de grafiek van p .

$$y = 6(x - 4)^2 - 2 \xrightarrow{7 \text{ naar links}} y = 6(x + 7 - 4)^2 - 2 \xrightarrow{5 \text{ omhoog}} y = 6(x + 3)^2 - 2 + 5,$$

$$\text{dus } p(x) = 6(x + 3)^2 + 3.$$

$$p(x) = 6(x + 3)^2 + 3 = 6(x^2 + 6x + 9) + 3 = 6x^2 + 36x + 54 + 3 = 6x^2 + 36x + 57$$

$$\text{Dus } a = 6, b = 36 \text{ en } c = 57.$$

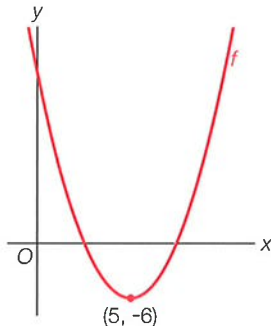
- 63 a** Door de grafiek van $f(x) = 0,5x^2$ drie omlaag te schuiven, ontstaat de grafiek van $g(x) = 0,5x^2 - 3$.

De top van de grafiek van g is het punt $(0, -3)$.

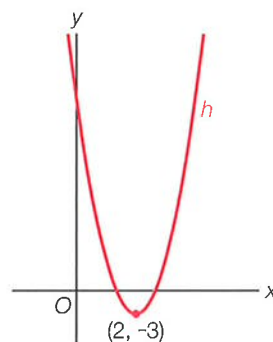
- b** De top van de grafiek van $h(x) = 0,5x^2 + 5$ is het punt $(0, 5)$.

Bladzijde 117

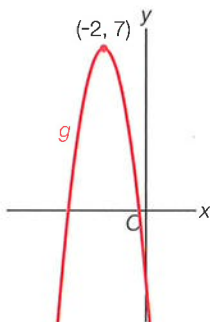
- 64 a** $a = 1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(5, -6)$.



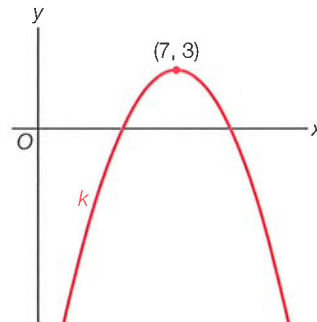
- c** $a = 7$, dus dalparabool.
De top is het punt $(2, -3)$.



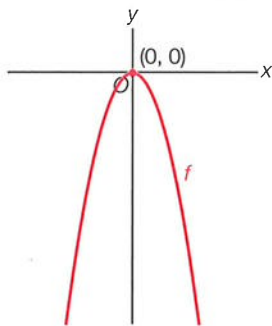
- b** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-2, 7)$.



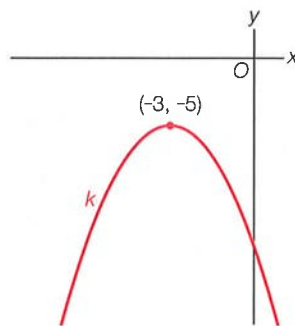
- d** $a = -2$, dus bergparabool.
De top is het punt $(7, 3)$.



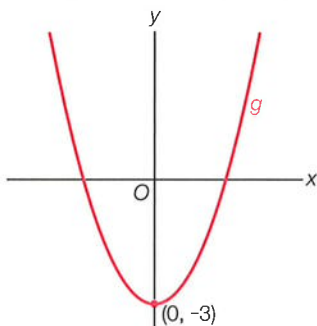
- 65 a** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(0, 0)$.



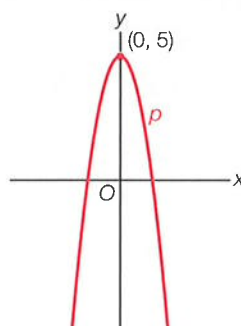
- d** $a = -1$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-3, -5)$.



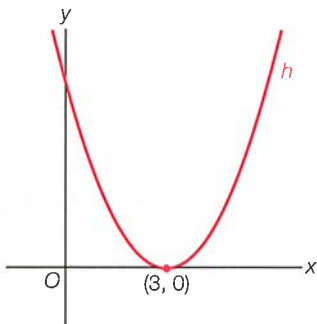
- b** $a = 1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(0, -3)$.



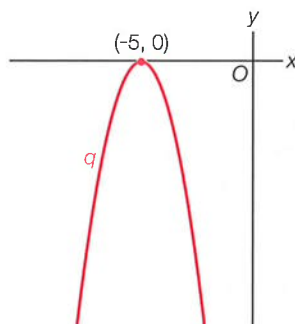
- e** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(0, 5)$.



- c** $a = 1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(3, 0)$.



- f** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-5, 0)$.



- 66 a** De top van de parabool is het punt $(-3, -6)$.

b $a = -2$ en $b = 12$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{12}{2 \cdot -2} = 3$.

$$y_{\text{top}} = -2 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = -18 + 36 = 18$$

Dus de top is het punt $(3, 18)$.

c Door $(-2, 0)$ en $(-6, 0)$, dus $x_{\text{top}} = \frac{-2 + -6}{2} = -4$.

$$y_{\text{top}} = 3(-4 + 2)(-4 + 6) = 3 \cdot -2 \cdot 2 = -12$$

Dus de top is het punt $(-4, -12)$.

d $a = -0,2$ en $b = 1,8$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1,8}{2 \cdot -0,2} = 4,5$.

$$y_{\text{top}} = -0,2 \cdot 4,5^2 + 1,8 \cdot 4,5 + 10 = 14,05$$

Dus de top is het punt $(4,5; 14,05)$.

e De top is het punt $(-1,8; -1,3)$.

f Door $(0, 0)$ en $(-1,8; 0)$, dus $x_{\text{top}} = \frac{0 + -1,8}{2} = -0,9$.

$$y_{\text{top}} = 0,2 \cdot -0,9 \cdot (-0,9 + 1,8) = -0,162$$

Dus de top is het punt $(-0,9; -0,162)$.

Bladzijde 118

- 67 a** De top van de parabool is het punt (640, 70), dus het wegdek bevindt zich 70 meter boven het wateroppervlak.
De linker pijler bevindt zich op $x = 0$, dus de bijbehorende hoogte is
 $h = 0,00039(0 - 640)^2 + 70 = 229,744$.
De pijlers steken dus $229,744 - 70 \approx 160$ meter boven het wegdek uit.
- b** De afstand van de eerste pijler tot het laagste punt van de draagkabel is 640 meter, dus de afstand tussen de twee pijlers is $2 \cdot 640 = 1280$ meter.
- c** Het hoogste punt van de twee verticale kabels is $70 + 65 = 135$ meter.
Dit geeft $0,00039(x - 640)^2 + 70 = 135$
 $0,00039(x - 640)^2 = 65$
 $(x - 640)^2 = 166666\frac{2}{3}$
 $x - 640 = \sqrt{166666\frac{2}{3}} \vee x - 640 = -\sqrt{166666\frac{2}{3}}$
 $x = 640 + \sqrt{166666\frac{2}{3}} \vee x = 640 - \sqrt{166666\frac{2}{3}}$
 $x = 1048,24... \vee x = 231,75...$
De afstand tussen de twee verticale kabels is $1048,24... - 231,75... \approx 816$ meter.

- 68** De formules zijn allemaal van de vorm $y = a(x - p)^2 + q$.
Het gaat om een bergparabool, dus $a < 0$.
 $x_{\text{top}} < 0$ en $y_{\text{top}} > 0$, dus $p < 0$ en $q > 0$.
De enige formule met $a < 0$, $p < 0$ en $q > 0$ is $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 4$.

Bladzijde 119

- 69 a** Top $(-3, -2)$, dus $y = a(x + 3)^2 - 2$.
Door $(-1, 2)$, dus $a(-1 + 3)^2 - 2 = 2$
 $a \cdot 2^2 - 2 = 2$
 $4a - 2 = 2$
 $4a = 4$
 $a = 1$
Dus $y = (x + 3)^2 - 2$.
- b** Top $(3, 4)$, dus $y = a(x - 3)^2 + 4$.
Door $(-1, 0)$, dus $a(-1 - 3)^2 + 4 = 0$
 $a(-4)^2 + 4 = 0$
 $16a + 4 = 0$
 $16a = -4$
 $a = \frac{-4}{16} = -\frac{1}{4}$
Dus $y = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 4$.
- c** Top $(-2, 1)$, dus $y = a(x + 2)^2 + 1$.
Door $(3, 6)$, dus $a(3 + 2)^2 + 1 = 6$
 $a \cdot 5^2 + 1 = 6$
 $25a + 1 = 6$
 $25a = 5$
 $a = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$
Dus $y = \frac{1}{5}(x + 2)^2 + 1$.
- 70 a** Top $T(5, -12)$, dus $y = a(x - 5)^2 - 12$.
Door $A(8, -39)$, dus $a(8 - 5)^2 - 12 = -39$
 $a \cdot 3^2 - 12 = -39$
 $9a - 12 = -39$
 $9a = -27$
 $a = -3$
Dus $y = -3(x - 5)^2 - 12$.
- b** $y = -3(x - 5)^2 - 12 = -3(x^2 - 10x + 25) - 12 = -3x^2 + 30x - 75 - 12$,
dus $y = -3x^2 + 30x - 87$.
- c** $x = 0$ geeft $y = -0 + 0 - 87 = -87$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -87)$.

71 Top $T(3, 8)$, dus $y = a(x - 3)^2 + 8$.
 Door $A(5, 6)$, dus $a(5 - 3)^2 + 8 = 6$
 $a \cdot 2^2 + 8 = 6$
 $4a + 8 = 6$
 $4a = -2$
 $a = -\frac{1}{2}$

Dus $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 8$.

$y = 0$ geeft $-\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 8 = 0$
 $-\frac{1}{2}(x - 3)^2 = -8$
 $(x - 3)^2 = 16$
 $x - 3 = 4 \vee x - 3 = -4$
 $x = 7 \vee x = -1$

De snijpunten met de x -as zijn $B(-1, 0)$ en $C(7, 0)$, dus $BC = 7 - (-1) = 8$.

72 Door $(0, 0)$ en $(2200, 0)$, dus $x_{\text{top}} = \frac{0 + 2200}{2} = 1100$.

De top is het punt $(1100; 60,5)$, dus $y = a(x - 1100)^2 + 60,5$.

Door $(2200, 0)$, dus $a(2200 - 1100)^2 + 60,5 = 0$
 $a \cdot 1100^2 + 60,5 = 0$
 $1\,210\,000a + 60,5 = 0$
 $1\,210\,000a = -60,5$
 $a = \frac{-60,5}{1\,210\,000} = -0,00005$

Dus de formule voor het wegdek van de tuibrug is $y = -0,00005(x - 1100)^2 + 60,5$.

De x -coördinaat van de linker pilaar is $1100 - \frac{860}{2} = 670$. Hierbij hoort de hoogte

$-0,00005(670 - 1100)^2 + 60,5 = 51,255$.

Het wegdek bevindt zich bij de pilaren ongeveer 51 meter boven het wateroppervlak.

Gemengde opgaven

Bladzijde 120

1 a $f(-6) = -\frac{1}{2} \cdot (-6)^2 + -6 + 4 = -18 - 6 + 4 = -20$
 $g(12) = 12 + 2 = 14$

b $f(-8) = -\frac{1}{2} \cdot (-8)^2 + -8 + 4 = -32 - 8 + 4 = -36$,
 dus $A(-8, -36)$ ligt op de grafiek van f .

c $f(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x + 2)(x - 4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$

Dus $B(-2, 0)$ en $C(4, 0)$ en $BC = 4 - (-2) = 6$.

$f(0) = -0 + 0 + 4 = 4$, dus $D(0, 4)$ en $OD = 4$.

$\text{opp } \triangle BCD = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$

d $x = 7$ geeft $f(7) = -\frac{1}{2} \cdot 7^2 + 7 + 4 = -24\frac{1}{2} + 7 + 4 = -13\frac{1}{2}$, dus $H(7, -13\frac{1}{2})$.
 $x = 7$ geeft $g(7) = 7 + 2 = 9$, dus $I(7, 9)$.

Dus $HI = 9 - (-13\frac{1}{2}) = 22\frac{1}{2}$.

2 $h = 0$ geeft $-0,8x^2 + 4x + 19,2 = 0$
 $x^2 - 5x - 24 = 0$
 $(x + 3)(x - 8) = 0$
 $x = -3 \vee x = 8$

Dus de afstand tussen de trottoirbanden A en B is $8 - (-3) = 11$ meter.

3 a $(3x - 5)(x + 3) = x - 9$
 $3x^2 + 9x - 5x - 15 = x - 9$
 $3x^2 + 4x - 15 = x - 9$
 $3x^2 + 3x - 6 = 0$
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $(x + 2)(x - 1) = 0$
 $x = -2 \vee x = 1$

b $10(5x - 3)(2x + 1) = 0$
 $5x - 3 = 0 \vee 2x + 1 = 0$
 $5x = 3 \vee 2x = -1$
 $x = \frac{3}{5} \vee x = -\frac{1}{2}$

c $\frac{1}{3}x^2 - 2x = 9$
 $\frac{1}{3}x^2 - 2x - 9 = 0$
 $x^2 - 6x - 27 = 0$
 $(x - 9)(x + 3) = 0$
 $x = 9 \vee x = -3$

d $(x - 4)^2 = 10 - x$
 $x^2 - 8x + 16 = 10 - x$
 $x^2 - 7x + 6 = 0$
 $(x - 1)(x - 6) = 0$
 $x = 1 \vee x = 6$

e $x(x - 5) - 70 = x^2$
 $x^2 - 5x - 70 = x^2$
 $-5x - 70 = 0$
 $-5x = 70$
 $x = -14$

f $\frac{1}{2}(2x - 3)^2 - 1 = 7$
 $\frac{1}{2}(2x - 3)^2 = 8$
 $(2x - 3)^2 = 16$
 $2x - 3 = 4 \vee 2x - 3 = -4$
 $2x = 7 \vee 2x = -1$
 $x = 3\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

4 a $a = 1$ en $b = 8$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{8}{2 \cdot 1} = -4$.
 $y_{\text{top}} = f(-4) = (-4)^2 + 8 \cdot -4 - 17 = 16 - 32 - 17 = -33$
Dus de top is het punt $(-4, -33)$.

b Top $(-4, -33)$, dus $g(x) = a(x + 4)^2 - 33$.
Door $A(-6, 3)$, dus $a(-6 + 4)^2 - 33 = 3$
 $a(-2)^2 - 33 = 3$
 $4a - 33 = 3$
 $4a = 36$
 $a = 9$

$g(x) = 9(x + 4)^2 - 33 = 9(x^2 + 8x + 16) - 33 = 9x^2 + 72x + 144 - 33$,
dus $g(x) = 9x^2 + 72x + 111$.

5 a De snijpunten met de x -as zijn $(2,8; 0)$ en $(8,2; 0)$.
Dus de breedte van de tunnel is $8,2 - 2,8 = 5,4$ meter.

$x_{\text{top}} = \frac{2,8 + 8,2}{2} = 5,5$ geeft $h_{\text{top}} = -0,381(5,5 - 2,8)(5,5 - 8,2) = 2,77749$

Dus de hoogte van de tunnel is 2,8 meter.

b De bestelauto is 2,4 meter breed en rijdt midden door de tunnel,
dus bereken de hoogte van de tunnel voor $x = 5,5 - \frac{2,4}{2} = 4,3$ (of voor $x = 5,5 + \frac{2,4}{2} = 6,7$).

$x = 4,3$ geeft $h = -0,381(4,3 - 2,8)(4,3 - 8,2) = 2,22885$

Dus de hoogte van de bestelauto is minder dan 2,22885 meter.

c Door $P(1,9; 0)$ en $Q(9,5; 0)$, dus $h = a(x - 1,9)(x - 9,5)$.

$x_{\text{top}} = \frac{1,9 + 9,5}{2} = 5,7$, dus de top is het punt $(5,7; 3,61)$.

Dit geeft $a(5,7 - 1,9)(5,7 - 9,5) = 3,61$

$a \cdot 3,8 \cdot -3,8 = 3,61$

$-14,44a = 3,61$

$a = \frac{3,61}{-14,44} = -0,25$

Dus $h = -0,25(x - 1,9)(x - 9,5) = -0,25(x^2 - 9,5x - 1,9x + 18,05) = -0,25(x^2 - 11,4x + 18,05)$,
dus $h = -0,25x^2 + 2,85x - 4,5125$.

Bladzijde 121**6** Zie de figuur hiernaast.

$$\text{opp I} = x \cdot x = x^2$$

$$\text{opp II} = 4 \cdot x = 4x$$

$$\text{opp III} = 12 \cdot x = 12x$$

$$\text{opp tegelpad} = 4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III}$$

$$= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 4x + 2 \cdot 12x$$

$$= 4x^2 + 8x + 24x$$

$$= 4x^2 + 32x$$

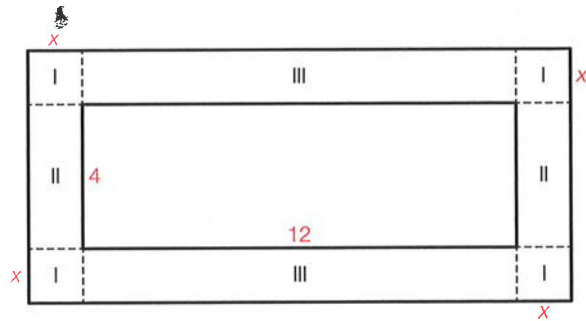
$$\text{opp tegelpad} = 80, \text{ dus } 4x^2 + 32x = 80$$

$$4x^2 + 32x - 80 = 0$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$(x - 2)(x + 10) = 0$$

$$x = 2 \vee x = -10$$

De oplossing $x = -10$ kan niet, dus het pad is 2 meter breed.**7 a** $x = 0$ geeft $h = -0,2(0 - 3,2)^2 + 4,048 = 2$

Dus op 2 meter hoogte laat Rachel de bal los.

b De top is het punt $(3,2; 4,048)$.

Dus de maximale hoogte van de bal is 4,048 meter.

c $h = 3,5$, dus los op $-0,2(x - 3,2)^2 + 4,048 = 3,5$

$$-0,2(x - 3,2)^2 = -0,548$$

$$(x - 3,2)^2 = 2,74$$

$$x - 3,2 = \sqrt{2,74} \vee x - 3,2 = -\sqrt{2,74}$$

$$x = 3,2 + \sqrt{2,74} \vee x = 3,2 - \sqrt{2,74}$$

$$x \approx 4,86 \vee x \approx 1,54$$

Rachel staat op 4,86 meter van de korfbalpaal, dus ze laat de bal los op meer dan 450 cm van de korfbalpaal.

8 a $x^2 + 6x = 40$

$$x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$(x + 10)(x - 4) = 0$$

$$x = -10 \vee x = 4$$

b $x^2 + 6x = 41$

$$x^2 + 6x - 41 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 9 - 41 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 50$$

$$x + 3 = \sqrt{50} \vee x + 3 = -\sqrt{50}$$

$$x = -3 + \sqrt{50} \vee x = -3 - \sqrt{50}$$

$$x = -3 + 5\sqrt{2} \vee x = -3 - 5\sqrt{2}$$

c $x^2 + 6x = -10$

$$x^2 + 6x + 10 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$$

$$(x + 3)^2 = -1$$

geen oplossing

d $(x + 6)^2 + 14 = 50$

$$(x + 6)^2 = 36$$

$$x + 6 = 6 \vee x + 6 = -6$$

$$x = 0 \vee x = -12$$

e $(3x - 2)^2 = 6x - 5$

$$9x^2 - 12x + 4 = 6x - 5$$

$$9x^2 - 18x + 9 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 - 1 + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

f $2(3x - 6)^2 - 50 = 4$

$$2(3x - 6)^2 = 54$$

$$(3x - 6)^2 = 27$$

$$3x - 6 = \sqrt{27} \vee 3x - 6 = -\sqrt{27}$$

$$3x = 6 + \sqrt{27} \vee 3x = 6 - \sqrt{27}$$

$$3x = 6 + 3\sqrt{3} \vee 3x = 6 - 3\sqrt{3}$$

$$x = 2 + \sqrt{3} \vee x = 2 - \sqrt{3}$$

9 a Door $(-6, 0)$ en $(2, 0)$, dus $y = a(x + 6)(x - 2)$.Door $(0, 5)$, dus $a(0 + 6)(0 - 2) = 5$

$$a \cdot 6 \cdot -2 = 5$$

$$-12a = 5$$

$$a = -\frac{5}{12}$$

Dus $y = -\frac{5}{12}(x + 6)(x - 2)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-6 + 2}{2} = -2 \text{ geeft } y_{\text{top}} = -\frac{5}{12}(-2 + 6)(-2 - 2) = -\frac{5}{12} \cdot 4 \cdot -4 = \frac{80}{12} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

dus de top is het punt $(-2, 6\frac{2}{3})$.

- b** Top $(-5, -2)$, dus $y = a(x + 5)^2 - 2$.

Door $(0, 5)$, dus $a(0 + 5)^2 - 2 = 5$

$$a \cdot 5^2 - 2 = 5$$

$$25a - 2 = 5$$

$$25a = 7$$

$$a = \frac{7}{25} = 0,28$$

Dus $y = 0,28(x + 5)^2 - 2 = 0,28(x^2 + 10x + 25) - 2 = 0,28x^2 + 2,8x + 7 - 2 = 0,28x^2 + 2,8x + 5$.

Dus $a = 0,28$, $b = 2,8$ en $c = 5$.

- 10 a** $a = 1$ en $b = 10$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{10}{2 \cdot 1} = -5$

$$y_{\text{top}} = (-5)^2 + 10 \cdot -5 + 15 = 25 - 50 + 15 = -10$$

Dus de top is het punt $(-5, -10)$.

- b** De top is het punt $(-6, -15)$.

- c** $a = \frac{1}{2}$ en $b = -1$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1$.

$$y_{\text{top}} = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - 1 - 2 = \frac{1}{2} - 1 - 2 = -2\frac{1}{2}$$

Dus de top is het punt $(1, -2\frac{1}{2})$.

- d** De top is het punt $(0, 12)$.

e $y = 4 - (x + 1)^2 = -(x + 1)^2 + 4$

Dus de top is het punt $(-1, 4)$.

- f** Door $(-2, 0)$ en $(12, 0)$, dus $x_{\text{top}} = \frac{-2 + 12}{2} = 5$.

$$y_{\text{top}} = \frac{1}{7}(5 + 2)(5 - 12) = \frac{1}{7} \cdot 7 \cdot -7 = -7$$

Dus de top is het punt $(5, -7)$.

- 11** De grafiek van g gaat door $P(2, 0)$ en $Q(6, 0)$, dus $g(x) = a(x - 2)(x - 6)$.

Als we het punt $A(-6, 10)$ op de grafiek van f 6 naar rechts en 4 omlaag schuiven, krijgen we het punt $(0, 6)$. Dit punt ligt op de grafiek van g .

De grafiek van g door $(0, 6)$ geeft $a(0 - 2)(0 - 6) = 6$

$$a \cdot -2 \cdot -6 = 6$$

$$12a = 6$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Dus $g(x) = \frac{1}{2}(x - 2)(x - 6)$.

Voor de top van de grafiek van g geldt $x_{\text{top}} = \frac{2 + 6}{2} = 4$.

Dit geeft $y_{\text{top}} = g(4) = \frac{1}{2}(4 - 2)(4 - 6) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot -2 = -2$.

Dus de top van de grafiek van g is het punt $(4, -2)$.

Als we de top van de grafiek van g 6 naar links en 4 omhoog schuiven, krijgen we de top T van de grafiek van f . Dus de top van de grafiek van f is $T(-2, 2)$.

Diagnostische toets

Bladzijde 124

- 1 a** $\frac{1}{4}x^2 - 8 = x$

$$\frac{1}{4}x^2 - x - 8 = 0$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$(x - 8)(x + 4) = 0$$

$$x = 8 \vee x = -4$$

- b** $(x - 6)(2x - 6) = 20x$

$$2x^2 - 6x - 12x + 36 = 20x$$

$$2x^2 - 18x + 36 = 20x$$

$$2x^2 - 38x + 36 = 0$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x - 1)(x - 18) = 0$$

$$x = 1 \vee x = 18$$

- c** $(x + 3)^2 = 8x + 12$

$$x^2 + 6x + 9 = 8x + 12$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \vee x = -1$$

- d** $(3x - 1)(6x + 5) = 0$

$$3x - 1 = 0 \vee 6x + 5 = 0$$

$$3x = 1 \vee 6x = -5$$

$$x = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{5}{6}$$

2 Zie de figuur hiernaast.

$$\text{opp I} = x \cdot x = x^2$$

$$\text{opp II} = 12 \cdot x = 12x$$

$$\text{opp III} = 12 \cdot x = 12x$$

$$\text{opp pad} = 2 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + \text{opp III}$$

$$= 2 \cdot x^2 + 2 \cdot 12x + 12x$$

$$= 2x^2 + 24x + 12x$$

$$= 2x^2 + 36x$$

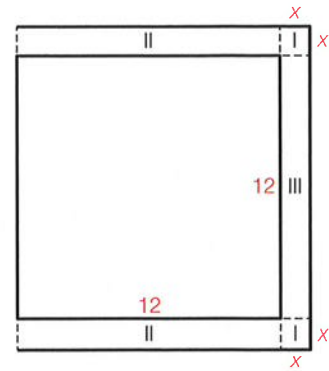
$$\text{Er geldt } 2x^2 + 36x = 126$$

$$2x^2 + 36x - 126 = 0$$

$$x^2 + 18x - 63 = 0$$

$$(x - 3)(x + 21) = 0$$

$$x = 3 \vee x = -21$$

De oplossing $x = -21$ kan niet, dus de breedte van het pad is 3 meter.

3 a $4(x - 3)^2 = 16$

$$(x - 3)^2 = 4$$

$$x - 3 = 2 \vee x - 3 = -2$$

$$x = 5 \vee x = 1$$

b $3(x + 25)^2 + 75 = 0$

$$3(x + 25)^2 = -75$$

$$(x + 25)^2 = -25$$

geen oplossing

c $-(x - 6)^2 + 200 = 31$

$$-(x - 6)^2 = -169$$

$$(x - 6)^2 = 169$$

$$x - 6 = 13 \vee x - 6 = -13$$

$$x = 19 \vee x = -7$$

4 a $\frac{1}{5}(x - 7)^2 - 3 = 1$

$$\frac{1}{5}(x - 7)^2 = 4$$

$$(x - 7)^2 = 20$$

$$x - 7 = \sqrt{20} \vee x - 7 = -\sqrt{20}$$

$$x = 7 + \sqrt{20} \vee x = 7 - \sqrt{20}$$

$$x = 7 + 2\sqrt{5} \vee x = 7 - 2\sqrt{5}$$

b $-2(x + 5)^2 + 10 = 4$

$$-2(x + 5)^2 = -6$$

$$(x + 5)^2 = 3$$

$$x + 5 = \sqrt{3} \vee x + 5 = -\sqrt{3}$$

$$x = -5 + \sqrt{3} \vee x = -5 - \sqrt{3}$$

c $2(x + 10)^2 - 86 = 10$

$$2(x + 10)^2 = 96$$

$$(x + 10)^2 = 48$$

$$x + 10 = \sqrt{48} \vee x + 10 = -\sqrt{48}$$

$$x = -10 + \sqrt{48} \vee x = -10 - \sqrt{48}$$

$$x = -10 + 4\sqrt{3} \vee x = -10 - 4\sqrt{3}$$

5 a $x^2 + 6x = (x + 3)^2 - 9$

b $x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 - 4 + 5 = (x - 2)^2 + 1$

c $x^2 - 3x - 70 = (x - 1\frac{1}{2})^2 - 2\frac{1}{4} - 70 = (x - 1\frac{1}{2})^2 - 72\frac{1}{4}$

6 a $x^2 = 2x + 17$
 $x^2 - 2x - 17 = 0$
 $(x-1)^2 - 1 - 17 = 0$
 $(x-1)^2 = 18$
 $x-1 = \sqrt{18} \vee x-1 = -\sqrt{18}$
 $x = 1 + \sqrt{18} \vee x = 1 - \sqrt{18}$
 $x = 1 + 3\sqrt{2} \vee x = 1 - 3\sqrt{2}$

b $x^2 + 12 = 4x$
 $x^2 - 4x + 12 = 0$
 $(x-2)^2 - 4 + 12 = 0$
 $(x-2)^2 = -8$

geen oplossing

c $x^2 + 8x + 3\frac{3}{4} = 0$
 $(x+4)^2 - 16 + 3\frac{3}{4} = 0$
 $(x+4)^2 = 12\frac{1}{4}$
 $x+4 = \sqrt{12\frac{1}{4}} \vee x+4 = -\sqrt{12\frac{1}{4}}$
 $x = -4 + 3\frac{1}{2} \vee x = -4 - 3\frac{1}{2}$
 $x = -\frac{1}{2} \vee x = -7\frac{1}{2}$

7 a De formule van f is $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$.

b $f(10) = -\frac{1}{2} \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 1 = -50 + 20 + 1 = -29$

$f(-8) = -\frac{1}{2} \cdot (-8)^2 + 2 \cdot -8 + 1 = -32 - 16 + 1 = -47$

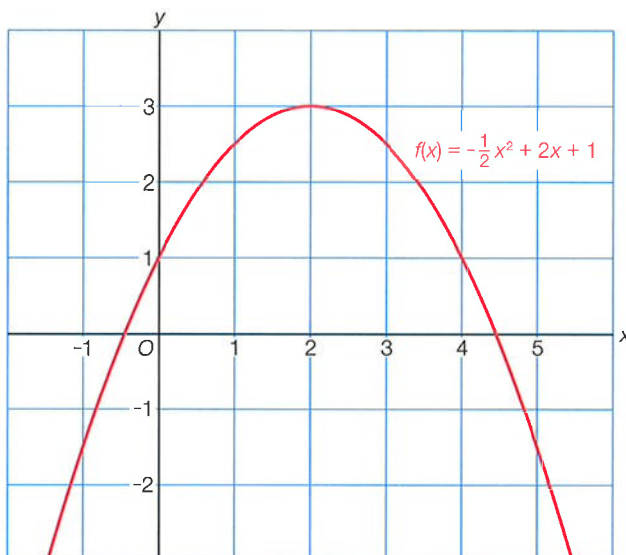
c $f(-2) = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 2 \cdot -2 + 1 = -2 - 4 + 1 = -5$, dus $A(-2, -5)$ ligt op de grafiek van f .

d $x_p = 6$ geeft $y_p = f(6) = -\frac{1}{2} \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 + 1 = -18 + 12 + 1 = -5$

e $f(-1) = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + 2 \cdot -1 + 1 = -\frac{1}{2} - 2 + 1 = -1\frac{1}{2}$

$f(5) = -\frac{1}{2} \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1 = -12\frac{1}{2} + 10 + 1 = -1\frac{1}{2}$, dus $f(-1) = f(5)$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	$-1\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	1	$-1\frac{1}{2}$



8 $f(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 20 = 0$
 $x^2 + 6x - 40 = 0$
 $(x-4)(x+10) = 0$
 $x = 4 \vee x = -10$

Dus de snijpunten met de x -as zijn $(4, 0)$ en $(-10, 0)$.

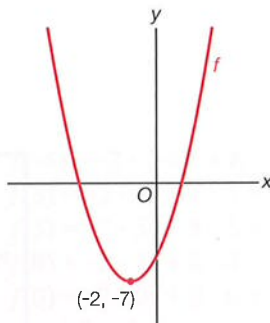
$f(0) = -0 - 0 + 20 = 20$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, 20)$.

- 9 a** $a = 2$ en $b = -12$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = 3$.
 $y_{\text{top}} = f(3) = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 1 = 18 - 36 + 1 = -17$
 Dus de top is het punt $(3, -17)$.
- b** $a = -0,1$ en $b = 2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{2}{2 \cdot -0,1} = 10$.
 $y_{\text{top}} = g(10) = -0,1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 - 8 = -10 + 20 - 8 = 2$
 Dus de top is het punt $(10, 2)$.

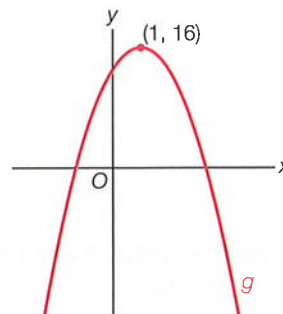
Bladzijde 125

- 10** $a = -4$ en $b = 78$, dus $p_{\text{top}} = -\frac{78}{2 \cdot -4} = 9,75$.
 $W_{\text{top}} = -4 \cdot 9,75^2 + 78 \cdot 9,75 - 100 = 280,25$
 De maximale winst is € 280,25.
- 11 a** $h = -0,25(x - 2,4)(x - 9,2)$, dus $A(2,4; 0)$ en $B(9,2; 0)$.
 Dus de breedte van de tunnel is $9,2 - 2,4 = 6,8$ meter.
 $x_{\text{top}} = \frac{2,4 + 9,2}{2} = 5,8$ geeft $h_{\text{top}} = -0,25(5,8 - 2,4)(5,8 - 9,2) = 2,89$.
 Dus de hoogte van de tunnel is 2,89 meter.
- b** $x = 9,2 - 1,8 = 7,4$ geeft $h = -0,25(7,4 - 2,4)(7,4 - 9,2) = 2,25$, dus $CD = 2,25$ meter.
 De oppervlakte van de scheidingswand is $12 \cdot 2,25 = 27 \text{ m}^2$.
- 12 a** Door $A(-4, 0)$ en $B(8, 0)$, dus $y = a(x + 4)(x - 8)$.
 Door $C(6, 30)$, dus $a(6 + 4)(6 - 8) = 30$
 $a \cdot 10 \cdot -2 = 30$
 $-20a = 30$
 $a = \frac{30}{-20} = -1\frac{1}{2}$
 Dus $y = -1\frac{1}{2}(x + 4)(x - 8)$.
 Dit geeft $y = -1\frac{1}{2}(x + 4)(x - 8) = -1\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4x - 32) = -1\frac{1}{2}(x^2 - 4x - 32) = -1\frac{1}{2}x^2 + 6x + 48$.
- b** $x_{\text{top}} = \frac{-4 + 8}{2} = 2$ geeft $y_{\text{top}} = -1\frac{1}{2}(2 + 4)(2 - 8) = -1\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot -6 = 54$, dus de top is het punt $(2, 54)$.
- 13 a** $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = -2x^2 + 3 - 2$, dus $y = -2x^2 + 1$
- b** $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{7 \text{ naar rechts}} y = -2(x - 7)^2 + 3$
- c** $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{1 \text{ naar links}} y = -2(x + 1)^2 + 3 \xrightarrow{8 \text{ omhoog}} y = -2(x + 1)^2 + 3 + 8$, dus $y = -2(x + 1)^2 + 11$
- d** $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{4 \text{ naar rechts}} y = -2(x - 4)^2 + 3 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -2(x - 4)^2 + 3 - 3$, dus $y = -2(x - 4)^2$
- 14 a** Door de grafiek van $f(x) = 2x^2$ één naar links en vijf omlaag te schuiven, krijg je de grafiek van $g(x) = 2(x + 1)^2 - 5$.
- b** Door de grafiek van $h(x) = -4x^2 + 9$ drie naar rechts en zeven omlaag te schuiven, krijg je de grafiek van $k(x) = -4(x - 3)^2 + 2$.

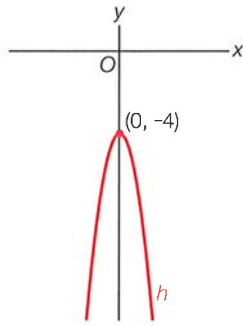
- 15 a** $a = 5$, dus dalparabool.
 De top is het punt $(-2, -7)$.



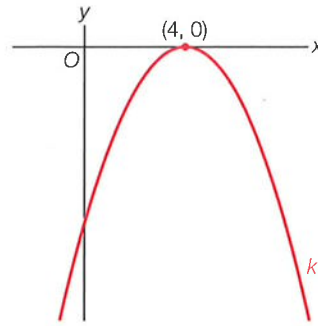
- b** $a = -3$, dus bergparabool.
 De top is het punt $(1, 16)$.



- c $a = -6$, dus bergparabool.
De top is het punt $(0, -4)$.



- d $a = -6$, dus bergparabool.
De top is het punt $(4, 0)$.



- 16 Top $T(-3, 8)$, dus $y = a(x + 3)^2 + 8$.
Door $(1, -20)$, dus $a(1 + 3)^2 + 8 = -20$

$$a \cdot 4^2 + 8 = -20$$

$$16a + 8 = -20$$

$$16a = -28$$

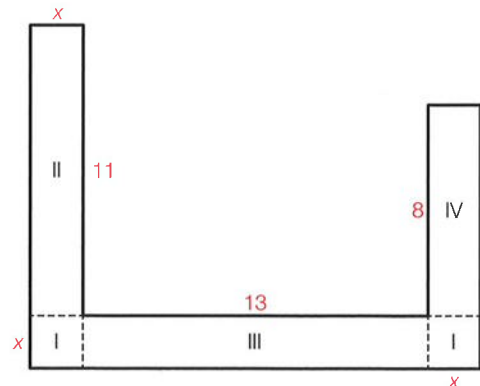
$$a = \frac{-28}{16} = \frac{-7}{4} = -1\frac{3}{4}$$

Dus $y = -1\frac{3}{4}(x + 3)^2 + 8 = -1\frac{3}{4}(x^2 + 6x + 9) + 8 = -1\frac{3}{4}x^2 - 10\frac{1}{2}x - 15\frac{3}{4} + 8$ oftewel $y = -1\frac{3}{4}x^2 - 10\frac{1}{2}x - 7\frac{3}{4}$.

Herhaling

Bladzijde 126

- 1 a $\frac{1}{4}x^2 - x - 8 = 0$
 $x^2 - 4x - 32 = 0$
 $(x - 8)(x + 4) = 0$
 $x = 8 \vee x = -4$
- b $2x^2 + 6x = 8$
 $2x^2 + 6x - 8 = 0$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x + 4)(x - 1) = 0$
 $x = -4 \vee x = 1$
- 2 a $(x - 5)^2 = 2x - 7$
 $x^2 - 10x + 25 = 2x - 7$
 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $(x - 4)(x - 8) = 0$
 $x = 4 \vee x = 8$
- b $x(3x + 1) = 2(18 - x)$
 $3x^2 + x = 36 - 2x$
 $3x^2 + 3x - 36 = 0$
 $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x + 4)(x - 3) = 0$
 $x = -4 \vee x = 3$
- 3 a Zie de figuur hiernaast.
 opp I = $x \cdot x = x^2$
 opp II = $11 \cdot x = 11x$
 opp III = $13 \cdot x = 13x$
 opp IV = $8 \cdot x = 8x$
 opp pad = $2 \cdot \text{opp I} + \text{opp II} + \text{opp III} + \text{opp IV}$
 $= 2 \cdot x^2 + 11x + 13x + 8x$
 $= 2x^2 + 32x$
- c $-x^2 = 9x + 18$
 $-x^2 - 9x - 18 = 0$
 $x^2 + 9x + 18 = 0$
 $(x + 6)(x + 3) = 0$
 $x = -6 \vee x = -3$
- d $5x^2 - 30 = 5x$
 $5x^2 - 5x - 30 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $x = 3 \vee x = -2$
- c $(2x + 3)(2x - 3) = 0$
 $2x + 3 = 0 \vee 2x - 3 = 0$
 $2x = -3 \vee 2x = 3$
 $x = -1\frac{1}{2} \vee x = 1\frac{1}{2}$
- d $(2x + 3)(2x - 3) = 16x + 11$
 $4x^2 - 9 = 16x + 11$
 $4x^2 - 16x - 20 = 0$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$
 $x = 5 \vee x = -1$



b opp pad = 72 geeft $2x^2 + 32x = 72$

$$2x^2 + 32x - 72 = 0$$

$$x^2 + 16x - 36 = 0$$

$$(x - 2)(x + 18) = 0$$

$$x = 2 \vee x = -18$$

De oplossing $x = -18$ kan niet, dus het pad is 2 meter breed.

4 a $(x + 3)^2 = 81$
 $x + 3 = 9 \vee x + 3 = -9$
 $x = 6 \vee x = -12$

b $(x - 2)^2 + 7 = 3$
 $(x - 2)^2 = -4$
 geen oplossing

c $-4(x - 9)^2 = 0$
 $(x - 9)^2 = 0$
 $x - 9 = 0$
 $x = 9$

d $0,5(x + 7)^2 + 6 = 8$
 $0,5(x + 7)^2 = 2$
 $(x + 7)^2 = 4$
 $x + 7 = 2 \vee x + 7 = -2$
 $x = -5 \vee x = -9$

5 a $(x + 5)^2 - 3 = 10$
 $(x + 5)^2 = 13$
 $x + 5 = \sqrt{13} \vee x + 5 = -\sqrt{13}$
 $x = -5 + \sqrt{13} \vee x = -5 - \sqrt{13}$

b $3(x - 7)^2 - 32 = 40$
 $3(x - 7)^2 = 72$
 $(x - 7)^2 = 24$
 $x - 7 = \sqrt{24} \vee x - 7 = -\sqrt{24}$
 $x = 7 + \sqrt{24} \vee x = 7 - \sqrt{24}$
 $x = 7 + 2\sqrt{6} \vee x = 7 - 2\sqrt{6}$

c $2(x - 4)^2 + 16 = 0$
 $2(x - 4)^2 = -16$
 $(x - 4)^2 = -8$
 geen oplossing

d $-\frac{1}{3}(x - 3)^2 + 17 = -7$
 $-\frac{1}{3}(x - 3)^2 = -24$
 $(x - 3)^2 = 72$
 $x - 3 = \sqrt{72} \vee x - 3 = -\sqrt{72}$
 $x = 3 + \sqrt{72} \vee x = 3 - \sqrt{72}$
 $x = 3 + 6\sqrt{2} \vee x = 3 - 6\sqrt{2}$

Bladzijde 127

6 a $x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 4 + 1 = (x - 2)^2 - 3$
 b $x^2 + 12x + 40 = (x + 6)^2 - 36 + 40 = (x + 6)^2 + 4$
 c $x^2 + 40x + 60 = (x + 20)^2 - 400 + 60 = (x + 20)^2 - 340$
 d $x^2 - 5x = (x - 2\frac{1}{2})^2 - 6\frac{1}{4}$

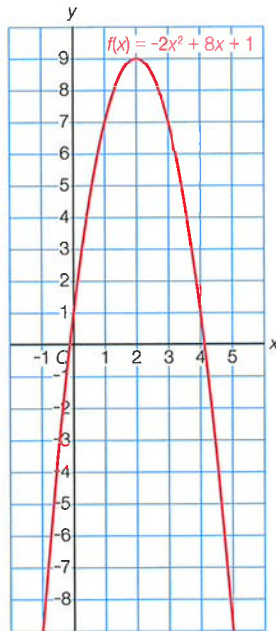
7 a,b $x^2 + 6x - 1 = 0$
 $(x + 3)^2 - 9 - 1 = 0$
 $(x + 3)^2 = 10$
 $x + 3 = \sqrt{10} \vee x + 3 = -\sqrt{10}$
 $x = -3 + \sqrt{10} \vee x = -3 - \sqrt{10}$
 c $x^2 + 10x - 14 = 0$
 $(x + 5)^2 - 25 - 14 = 0$
 $(x + 5)^2 = 39$
 $x + 5 = \sqrt{39} \vee x + 5 = -\sqrt{39}$
 $x = -5 + \sqrt{39} \vee x = -5 - \sqrt{39}$

d $x^2 - 2x + 3 = 0$
 $(x - 1)^2 - 1 + 3 = 0$
 $(x - 1)^2 = -2$
 geen oplossing
 e $x^2 + 6x - 40 = 0$
 $(x + 3)^2 - 9 - 40 = 0$
 $(x + 3)^2 = 49$
 $x + 3 = 7 \vee x + 3 = -7$
 $x = 4 \vee x = -10$
 f $x^2 - 5 = 6x$
 $x^2 - 6x - 5 = 0$
 $(x - 3)^2 - 9 - 5 = 0$
 $(x - 3)^2 = 14$
 $x - 3 = \sqrt{14} \vee x - 3 = -\sqrt{14}$
 $x = 3 + \sqrt{14} \vee x = 3 - \sqrt{14}$

8 a $f(-4) = -2 \cdot (-4)^2 + 8 \cdot -4 + 1 = -32 - 32 + 1 = -63$
 $f(3) = -2 \cdot 3^2 + 8 \cdot 3 + 1 = -18 + 24 + 1 = 7$
 $f(5) = -2 \cdot 5^2 + 8 \cdot 5 + 1 = -50 + 40 + 1 = -9$
 b $f(4) = -2 \cdot 4^2 + 8 \cdot 4 + 1 = -32 + 32 + 1 = 1$, dus $A(4, 1)$ ligt op de grafiek van f .
 c $f(0) = -2 \cdot 0^2 + 8 \cdot 0 + 1 = 1$, dus $f(0) = f(4)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{0 + 4}{2} = 2$

d

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-9	1	7	9	7	1	-9



- 9 a** $x^2 - 6x - 7 = 0$
 $(x + 1)(x - 7) = 0$
 $x = -1 \vee x = 7$
 De snijpunten van de grafiek van f met de x -as zijn $(-1, 0)$ en $(7, 0)$.
- b** $f(0) = 0 - 0 - 7 = -7$
 De grafiek van f snijdt de y -as in het punt $(0, -7)$.

- 10 a** $a = 2$ en $b = -12$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = 3$.
 $y_{\text{top}} = f(3) = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 - 8 = 18 - 36 - 8 = -26$
 De top is het punt $(3, -26)$.
- b** $a = -0,3$ en $b = 6$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{6}{2 \cdot -0,3} = 10$.
 $y_{\text{top}} = g(10) = -0,3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 - 5,2 = 24,8$
 De top is het punt $(10; 24,8)$.
- c** $a = -0,1$ en $b = 11$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{11}{2 \cdot -0,1} = 55$.
 $y_{\text{top}} = h(55) = -0,1 \cdot 55^2 + 11 \cdot 55 = 302,5$
 De top is het punt $(55; 302,5)$.
- d** $a = 18$ en $b = 9$, $x_{\text{top}} = -\frac{9}{2 \cdot 18} = -0,25$.
 $y_{\text{top}} = k(-0,25) = 18 \cdot (-0,25)^2 + 9 \cdot -0,25 - 16 = -17,125$
 De top is het punt $(-0,25; -17,125)$.

Bladzijde 128

- 11 a** $a = -0,6$ en $b = 21,6$, dus $p_{\text{top}} = -\frac{21,6}{2 \cdot -0,6} = 18$.
 Bij een prijs van € 18 is de winst maximaal.
- b** $W_{\text{top}} = -0,6 \cdot 18^2 + 21,6 \cdot 18 - 25 = 169,4$
 De maximale winst is € 169,40.
- 12 a** De snijpunten met de x -as zijn $(6, 0)$ en $(-8, 0)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{6 + -8}{2} = -1$ geeft $y_{\text{top}} = f(-1) = 5(-1 - 6)(-1 + 8) = 5 \cdot -7 \cdot 7 = -245$
 De top is het punt $(-1, -245)$.

- b** De snijpunten met de x -as zijn $(-3, 0)$ en $(-15, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-3 + (-15)}{2} = -9 \text{ geeft } y_{\text{top}} = g(-9) = -(-9 + 3)(-9 + 15) = -1 \cdot -6 \cdot 6 = 36$$

De top is het punt $(-9, 36)$.

- c** De snijpunten met de x -as zijn $(6, 0)$ en $(-20, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{6 + (-20)}{2} = -7 \text{ geeft } y_{\text{top}} = h(-7) = -\frac{1}{8}(-7 - 6)(-7 + 20) = -\frac{1}{8} \cdot -13 \cdot 13 = \frac{169}{8} = 21\frac{1}{8}$$

De top is het punt $(-7, 21\frac{1}{8})$.

- d** De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(15, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{0 + 15}{2} = 7\frac{1}{2} \text{ geeft } y_{\text{top}} = k(7\frac{1}{2}) = 8 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot (7\frac{1}{2} - 15) = 8 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot -7\frac{1}{2} = -450$$

De top is het punt $(7\frac{1}{2}, -450)$.

- 13 a** $h = -0,2(x + 10,8)(x + 3,4)$, dus $x_A = -10,8$ en $x_B = -3,4$.

De tunnel is $-3,4 - (-10,8) = -3,4 + 10,8 = 7,4$ meter breed.

b $x_{\text{top}} = \frac{-3,4 + (-10,8)}{2} = -7,1$ geeft $h_{\text{top}} = -0,2(-7,1 + 10,8)(-7,1 + 3,4) = 2,738$

De tunnel is ongeveer 2,74 meter hoog.

c $x_C = -3,4 - 1,4 = -4,8$ geeft $h = -0,2(-4,8 + 10,8)(-4,8 + 3,4) = 1,68$

Dus $CD = 1,68$ meter.

d De oppervlakte van de scheidingswand is $10 \cdot 1,68 = 16,8 \text{ m}^2$.

- 14 a** Door $(-3, 0)$ en $(7, 0)$, dus $y = a(x + 3)(x - 7)$.

Door $(3, -48)$ geeft $a(3 + 3)(3 - 7) = -48$

$$a \cdot 6 \cdot -4 = -48$$

$$-24a = -48$$

$$a = 2$$

Dus $y = 2(x + 3)(x - 7)$.

- b** Door $(-1, 0)$ en $(3, 0)$, dus $y = a(x + 1)(x - 3)$.

Door $(0, 5)$ geeft $a(0 + 1)(0 - 3) = 5$

$$a \cdot 1 \cdot -3 = 5$$

$$-3a = 5$$

$$a = \frac{5}{-3} = -1\frac{2}{3}$$

Dus $y = -1\frac{2}{3}(x + 1)(x - 3)$.

- 15 a** Door $A(-4, 0)$ en $B(6, 0)$, dus $y = a(x + 4)(x - 6)$.

Door $C(2, 48)$ geeft $a(2 + 4)(2 - 6) = 48$

$$a \cdot 6 \cdot -4 = 48$$

$$-24a = 48$$

$$a = -2$$

Dus $y = -2(x + 4)(x - 6)$.

b $x_{\text{top}} = \frac{-4 + 6}{2} = 1$ en $y_{\text{top}} = -2(1 + 4)(1 - 6) = -2 \cdot 5 \cdot -5 = 50$, dus de top is het punt $(1, 50)$.

c $y = -2(x + 4)(x - 6) = -2(x^2 - 6x + 4x - 24) = -2(x^2 - 2x - 24) = -2x^2 + 4x + 48$

Bladzijde 129

16 a $y = 5x^2 - 7 \xrightarrow{6 \text{ omlaag}} y = 5x^2 - 7 - 6$, dus $y = 5x^2 - 13$

b $y = 5x^2 - 7 \xrightarrow{17 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 17)^2 - 7$

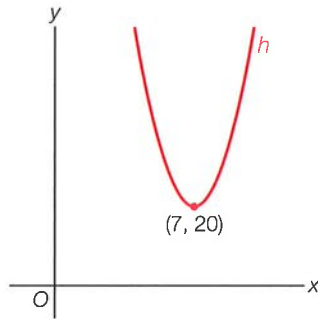
c $y = 5x^2 - 7 \xrightarrow{3 \text{ naar links}} y = 5(x + 3)^2 - 7 \xrightarrow{4 \text{ omlaag}} y = 5(x + 3)^2 - 7 - 4$, dus $y = 5(x + 3)^2 - 11$

d $y = 5x^2 - 7 \xrightarrow{2 \text{ omhoog}} y = 5x^2 - 7 + 2 = 5x^2 - 5 \xrightarrow{5 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 5)^2 - 5$

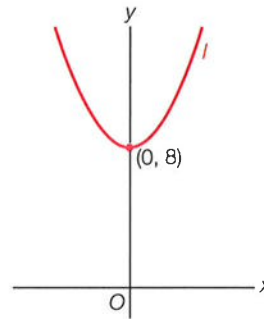
- 17 a** Door de grafiek van $f(x) = -2x^2$ negen naar links en vier omlaag te schuiven, krijg je de grafiek van $g(x) = -2(x + 9)^2 - 4$.

- b** Door de grafiek van $h(x) = 6x^2 - 4$ vijf naar rechts en elf omhoog te schuiven, krijg je de grafiek van $k(x) = 6(x - 5)^2 + 7$.

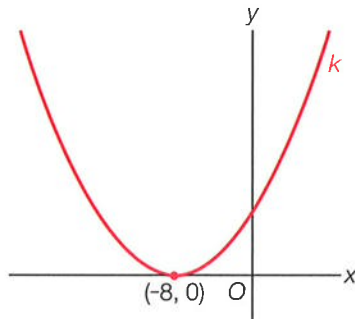
- 18 a** $a = 5$, dus dalparabool.
De top is het punt $(7, 20)$.



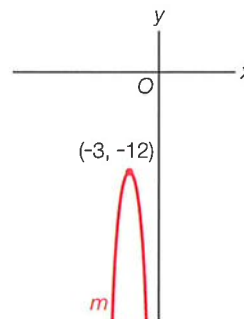
- c** $a = 0,1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(0, 8)$.



- b** $a = 0,1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(-8, 0)$.



- d** $a = -6$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-3, -12)$.



- 19 a** Top $(-2, -6)$, dus $y = a(x + 2)^2 - 6$.
Door $(-4, 16)$ geeft $a(-4 + 2)^2 - 6 = 16$

$$a \cdot (-2)^2 - 6 = 16$$

$$4a - 6 = 16$$

$$4a = 22$$

$$a = \frac{22}{4} = 5\frac{1}{2}$$

Dus $y = 5\frac{1}{2}(x + 2)^2 - 6$.

- b** Top $(3, 12)$, dus $y = a(x - 3)^2 + 12$.
Door $(0, -24)$ geeft $a(0 - 3)^2 + 12 = -24$

$$a \cdot (-3)^2 + 12 = -24$$

$$9a + 12 = -24$$

$$9a = -36$$

$$a = -4$$

Dus $y = -4(x - 3)^2 + 12$.

- c** Top $(-5, 0)$ geeft $y = a(x + 5)^2$.
Door $(-1, 48)$ geeft $a(-1 + 5)^2 = 48$

$$a \cdot 4^2 = 48$$

$$16a = 48$$

$$a = 3$$

Dus $y = 3(x + 5)^2$.

- 20 a** $y = 5(x - 3)^2 - 8 = 5(x^2 - 6x + 9) - 8 = 5x^2 - 30x + 45 - 8 = 5x^2 - 30x + 37$

- b** Top $(1, 8)$, dus $y = a(x - 1)^2 + 8$.
Door $(3, 20)$ geeft $a(3 - 1)^2 + 8 = 20$

$$a \cdot 2^2 + 8 = 20$$

$$4a + 8 = 20$$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

Dus $y = 3(x - 1)^2 + 8 = 3(x^2 - 2x + 1) + 8 = 3x^2 - 6x + 3 + 8$ oftewel $y = 3x^2 - 6x + 11$.

Onderzoek Ontbinden voor gevorderden**Bladzijde 130**

1 a $x^2 + 3\frac{1}{3}x + 1 = 0$

$$(x + 1\frac{2}{3})^2 - 2\frac{7}{9} + 1 = 0$$

$$(x + 1\frac{2}{3})^2 = 1\frac{7}{9}$$

$$x + 1\frac{2}{3} = \sqrt{1\frac{7}{9}} \vee x + 1\frac{2}{3} = -\sqrt{1\frac{7}{9}}$$

$$x + 1\frac{2}{3} = 1\frac{1}{3} \vee x + 1\frac{2}{3} = -1\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = -3$$

b $x^2 + 3\frac{1}{3}x + 1 = 0$

$$(x + 3)(x + \frac{1}{3}) = 0$$

$$x = -3 \vee x = -\frac{1}{3}$$

c *

2 a $x^2 + 4\frac{1}{4}x + 1 = 0$

$$(x + 4)(x + \frac{1}{4}) = 0$$

$$x = -4 \vee x = -\frac{1}{4}$$

b $x^2 + 1\frac{1}{2}x - 1 = 0$

$$(x + 2)(x - \frac{1}{2}) = 0$$

$$x = -2 \vee x = \frac{1}{2}$$

c $x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = 0$

$$(x - 1)(x + \frac{1}{4}) = 0$$

$$x = 1 \vee x = -\frac{1}{4}$$

d $x^2 + 4\frac{1}{3}x + 4 = 0$

$$(x + 3)(x + 1\frac{1}{3}) = 0$$

$$x = -3 \vee x = -1\frac{1}{3}$$

e $x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0$

$$(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{3}) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{3}$$

f $x^2 - 2\frac{3}{4}x - 5 = 0$

$$(x - 4)(x + 1\frac{1}{4}) = 0$$

$$x = 4 \vee x = -1\frac{1}{4}$$

3 a Er moet gelden $p \cdot r = 6$ en $p + r = 5$,
dus $p = 3$ en $r = 2$.

Dit geeft $6x^2 + 5x + 1 = 0$

$$(3x + 1)(2x + 1) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \vee 2x + 1 = 0$$

$$3x = -1 \vee 2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = -\frac{1}{2}$$

b $12x^2 + 7x + 1 = 0$

$$(4x + 1)(3x + 1) = 0$$

$$4x + 1 = 0 \vee 3x + 1 = 0$$

$$4x = -1 \vee 3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4} \vee x = -\frac{1}{3}$$

c $20x^2 - 12x + 1 = 0$

$$(-10x + 1)(-2x + 1) = 0$$

$$-10x + 1 = 0 \vee -2x + 1 = 0$$

$$-10x = -1 \vee -2x = -1$$

$$x = \frac{1}{10} \vee x = \frac{1}{2}$$

d $-35x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(7x + 1)(-5x + 1) = 0$$

$$7x + 1 = 0 \vee -5x + 1 = 0$$

$$7x = -1 \vee -5x = -1$$

$$x = -\frac{1}{7} \vee x = \frac{1}{5}$$

e $-\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x + 1 = 0$

$$(\frac{1}{2}x + 1)(-\frac{1}{3}x + 1) = 0$$

$$\frac{1}{2}x + 1 = 0 \vee -\frac{1}{3}x + 1 = 0$$

$$\frac{1}{2}x = -1 \vee -\frac{1}{3}x = -1$$

$$x = -2 \vee x = 3$$

4 Alle termen door 6 delen geeft de vergelijking $x^2 + 2\frac{5}{6}x + \frac{5}{6} = 0$.

De uitgebreide tabel van $\frac{5}{6}$ levert nu een lange zoektocht op naar de juiste ontbinding.

Bladzijde 131

- 5 a**
- opp
- $ABCD = \text{opp I} + \text{opp II}$

$$= 2x(x+1) + 3(x+1)$$

Maar ook geldt: opp $ABCD = AB \cdot BC = (2x+3)(x+1)$.

$$\text{Dus } 2x(x+1) + 3(x+1) = (2x+3)(x+1).$$

- b** $2x(x-5) + 5(x-5) = (2x+5)(x-5)$
c $2x(3x+4) - 5(3x+4) = (2x-5)(3x+4)$
d $7(x-1) - x(x-1) = (7-x)(x-1)$
e $7x(2x+3) + 4(2x+3) = (7x+4)(2x+3)$

- 6 a**
- $6x^2 + 21x + 5(2x+7) = 3x(2x+7) + 5(2x+7) = (3x+5)(2x+7)$

$$\text{b } 2x - 1 - 5x(2x-1) = 1(2x-1) - 5x(2x-1) = (1-5x)(2x-1)$$

$$\text{c } x(5x-2) - 15x + 6 = x(5x-2) - 3(5x-2) = (x-3)(5x-2)$$

$$\text{d } 4x(2x+1) - 2x - 1 = 4x(2x+1) - 1(2x+1) = (4x-1)(2x+1)$$

- 7 a**
- $6x^2 + 17x + 5 = 0$

$$6x^2 + 2x + 15x + 5 = 0$$

$$2x(3x+1) + 5(3x+1) = 0$$

$$(2x+5)(3x+1) = 0$$

$$2x+5=0 \vee 3x+1=0$$

$$2x=-5 \vee 3x=-1$$

$$x=-2\frac{1}{2} \vee x=-\frac{1}{3}$$

- b**
- $6x^2 + 17x + 5 = 0$

$$6x^2 + 15x + 2x + 5 = 0$$

$$3x(2x+5) + 1(2x+5) = 0$$

$$(3x+1)(2x+5) = 0$$

$$3x+1=0 \vee 2x+5=0$$

$$3x=-1 \vee 2x=-5$$

$$x=-\frac{1}{3} \vee x=-2\frac{1}{2}$$

Je krijgt hiermee inderdaad dezelfde oplossingen als bij vraag a.

- 8 a**
- $6x^2 + 7x + 5 = (px+q)(rx+s)$

$$(px+q)(rx+s) = prx^2 + psx + qrx + qs \quad \left. \vphantom{(px+q)(rx+s)} \right\} 6x^2 + 7x + 5 = prx^2 + psx + qrx + qs$$

- b**
- $6x^2 + 17x + 5 = prx^2 + psx + qrx + qs$

$$= prx^2 + (ps+qr)x + qs$$

$$\text{Dus } ps+qr=17 \text{ en } ps \cdot qr = pqr s = pr \cdot qs = 6 \cdot 5 = 30.$$

- c**
- De twee getallen die je zoekt zijn 2 en 15, want
- $2 \cdot 15 = 30$
- en
- $2 + 15 = 17$
- .

$$\text{Dus } ps=2 \text{ en } qr=15.$$

Dus als je $6x^2 + 17x + 5$ kunt ontbinden in factoren, dan geldt $6x^2 + 17x + 5 = prx^2 + psx + qrx + qs$ met $pr=6$, $ps=2$, $qr=15$ en $qs=5$.

Dus je kunt $6x^2 + 17x + 5$ ontbinden in factoren door het te schrijven als $6x^2 + 2x + 15x + 5$.

- 9 a**
- $2x^2 + 11x + 5 = 0$

$$2x^2 + 10x + x + 5 = 0$$

$$2x(x+5) + 1(x+5) = 0$$

$$(2x+1)(x+5) = 0$$

$$2x+1=0 \vee x+5=0$$

$$2x=-1 \vee x=-5$$

$$x=-\frac{1}{2} \vee x=-5$$

- b**
- $6x^2 - 19x + 15 = 0$

$$6x^2 - 10x - 9x + 15 = 0$$

$$2x(3x-5) - 3(3x-5) = 0$$

$$(2x-3)(3x-5) = 0$$

$$2x-3=0 \vee 3x-5=0$$

$$2x=3 \vee 3x=5$$

$$x=1\frac{1}{2} \vee x=\frac{5}{3}$$

- c**
- $10x^2 + 11x - 6 = 0$

$$10x^2 + 15x - 4x - 6 = 0$$

$$5x(2x+3) - 2(2x+3) = 0$$

$$(5x-2)(2x+3) = 0$$

$$5x-2=0 \vee 2x+3=0$$

$$5x=2 \vee 2x=-3$$

$$x=\frac{2}{5} \vee x=-1\frac{1}{2}$$

- d**
- $3x^2 - 16x - 35 = 0$

$$3x^2 - 21x + 5x - 35 = 0$$

$$3x(x-7) + 5(x-7) = 0$$

$$(3x+5)(x-7) = 0$$

$$3x+5=0 \vee x-7=0$$

$$3x=-5 \vee x=7$$

$$x=-1\frac{2}{3} \vee x=7$$